Interrogation 18
Polynômes

Nom/Prénom :

Note :

1. (a) Enoncer le théorème de la division euclidienne pour les polynômes.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(b) Définir une racine de multiplicité m.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(c) Définir une matrice symétrique/antisymétrique.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. (a) Soient $n \in \mathbb{N}^*$, $P = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{X^k}{k}$ et $Q = X^2P'' + nP$. Déterminer en justifiant le degré de Q.

Attention, il traine un cas particulier.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(b) Soient $P = \frac{X^3}{3} + \frac{X^2}{2} + X$ et $Q = X + 1$. Calculer $P \circ Q$ et $Q \circ P$ et préciser leurs degrés.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Résoudre dans $\mathbb{R}[X]$ l'équation $XP' = 2P$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Factoriser dans $\mathbb{R}[X]$ le polynôme $P = X^4 - X^3 + X - 1$ puis donner sa factorisation dans $\mathbb{C}[X]$.

5. Montrer que la suite définie pour tout $n \geqslant 2$ par $u_n = \frac{\mathrm{e}^{\frac{1}{n}} - 1 - \frac{1}{n}}{2\sin\left(\frac{1}{n}\right)} \mathrm{e}^{in^2 \ln\left(\frac{n-1}{n}\right)}$ converge vers 0.