Interrogation 22
Dimension

Nom/Prénom :

Note :

1. (a) Caractériser par le rang le fait qu'une famille soit génératrice/libre/base.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(b) Enoncer la formule de Grassmann et caractériser par la dimension la supplémentarité.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(c) Donner la forme explicite d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Déterminer la dimension de $E = \{ M \in \mathscr{M}_2(\mathbb{R}) \mid \mathrm{Tr}(M) = 0 \}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $F = \{ M \in \mathscr{M}_2(\mathbb{R}) \mid AM = MA \}$. Déterminer un supplémentaire de F dans $\mathscr{M}_2(\mathbb{R})$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Dans $E = \mathscr{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ on considère la famille $\mathscr{F} = \left(f_k : x \mapsto \cos\left(x + k\frac{\pi}{4}\right)\right)_{k \in [\![0;4]\!]}$. Calculer le rang de $\mathscr{F}$.

5. Montrer que $F = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; \begin{array}{c} x - 2y + 3z = 0 \\ x - y + z = 0 \end{array} \right\}$ et $G = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + z = 0 \right\}$ sont supplémentaires dans $\mathbb{R}^3$.