Interrogation 28
Représentation matricielle

Nom/Prénom :

Note :

1. (a) Préciser l'isomorphisme entre les applications linéaires et les matrices. Quelle est la dimension de $\mathscr{L}(E, F)$?

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   (b) Enoncer la proposition donnant le vecteur image.

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   (c) Donner la notation pour l'ensemble des parties d'un ensemble. Lorsque E est fini en donner son cardinal.

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

2. Soient $f : \begin{array}{rcl} \mathbb{R}_2[X] & \to & \mathbb{R}_2[X] \\ P & \mapsto & P(1)X^2 + P'(1)X + P''(1) \end{array}$ et $\mathscr{B} = (e_1, e_2, e_3) = \left(1, X, X^2 + 3X\right)$. On admet que $f \in \mathscr{L}\left(\mathbb{R}_2[X]\right)$ et que $\mathscr{B}$ est une base de $\mathbb{R}_2[X]$. Calculer $f\left(e_1\right)$, $f\left(e_2\right)$, $f\left(e_3\right)$ et en déduire $\operatorname{mat}_{\mathscr{B}}(f)$.

3. Soient $\mathscr{C}$ la base canonique de $\mathbb{R}_2[X]$ et $\mathscr{B} = \left(X^2 + 1, X - 1, X\left(X - 1\right)\right)$. Montrer que $\mathscr{B}$ est une base de $\mathbb{R}_2[X]$ et déterminer la matrice de passage de $\mathscr{B}$ à $\mathscr{C}$.

4. Soit f l'endomorphisme canoniquement associé à $\begin{pmatrix} 1 & 7 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ dans $\mathbb{R}^3$, $\mathscr{C}$ la base canonique de $\mathbb{R}^3$, et $\mathscr{B} = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$. On admet que $\mathscr{B}$ est une base de $\mathbb{R}^3$ et on donne $P_{\mathscr{B},\mathscr{C}} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 0 & 6 & -6 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Déterminer $\mathrm{mat}_{\mathscr{B}}(f)$.
Deux méthodes : vous pouvez faire les deux, 2 points par méthode faite.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

5. Déterminer le noyau, l'image et le rang de $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....