Interrogation 30
Couples de variables aléatoires

Nom/Prénom :

Note :

1. (a) Enoncer l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   (b) Enoncer la propriété sur la somme de deux binomiales.

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   (c) Définir le noyau et l'image d'une application linéaire.

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

2. Euler va au cinéma avec 4 de ses amis. Quatre films sont à l'affiche. On suppose que les cinq compagnons choisissent uniformément et indépendamment les uns des autres le film qu'ils vont visionner. On note X le nombre de personnes ayant choisi le film 1. Reconnaître la loi de X et préciser la probabilité que 2 personnes exactement aient choisi le film 1.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

3. On possède trois boites numérotées de 1 à 3. La boite numéro $k \in [\![1;3]\!]$ possède k boules numérotées de 1 à k. On tire de façon équiprobable une boite puis dans cette boite on tire de façon équiprobable une boule. On note X le numéro de la boite obtenue et Y le numéro de la boule obtenue. Donner la loi conjointe de X et Y dans un tableau en justifiant uniquement $\mathbb{P}(Y = 1, X = 2)$. Les variables X et Y sont-elles indépendantes ? Justifier.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $X_n \hookrightarrow \mathscr{B}\left(n, \frac{1}{2}\right)$ et $Y_n = \mathrm{e}^{-X_n}$. Déterminer pour tout $\varepsilon > 0$, $\lim\limits_{n \to +\infty} \mathbb{P}\left(Y_n \geqslant \varepsilon\right)$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

5. On dispose dans une urne de $2n$ boules numérotées de 1 à $2n$. On en pioche n simultanément qui constitue notre poignée. Pour tout $i \in [\![1; 2n]\!]$, on note X_i la variable aléatoire retournant 1 si l'on a obtenu la boule i parmi notre poignée et 0 sinon. Pour $i \in [\![1; 2n]\!]$, déterminer la loi de X_i puis pour tout $(i, j) \in [\![1; 2n]\!]$, $i \neq j$, déterminer $\mathrm{Cov}\left(X_i, X_j\right)$. *On pourra faire un peu de dénombrement.*

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....