

## Interrogation 11 d'entraînement

### Equations différentielles d'ordre 2 et calcul dans $\mathbb{R}$

#### 1. Restituer le cours.

- 1.1 Énoncer le principe de superposition à l'ordre 2.
- 1.2 Énoncer la définition et propriété d'un problème de Cauchy à l'ordre 2.
- 1.3 Donner la définition d'une partie majorée, minorée, bornée.
- 1.4 Caractériser avec la valeur absolue le fait qu'une partie soit bornée.
- 1.5 Donner la définition d'un maximum, d'un minimum d'une partie.

#### Révisions

- 1.6 Donner la somme des premiers entiers, de leurs carrés, de leurs cubes.
- 1.7 Donner la somme géométrique.
- 1.8 Énoncer la formule de Bernoulli.
- 1.9 Énoncer la formule du binôme de Newton.
- 1.10 Définir le coefficient binomial.
- 1.11 Énoncer la formule de Pascal.

#### 2. Manipuler la valeur absolue dans des inéquations.

- 2.1 Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $|2x - 4| \leq |x - 1|$ .
- 2.2 Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $\ln(|x - 1|) - 2 \ln(|x|) + \ln(|x + 1|) < 1$ .
- 2.3 Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $\sqrt{|x^2 - 1|} \leq x - 5$ .
- 2.4 Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $|2x - 3| + |3 - x| - |x - 7| \leq 2$ .
- 2.5 Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $|x^2 - 8x + 11| \leq 4$ .

#### 3. Savoir déterminer les solutions d'une équation homogène d'ordre 2.

- 3.1 Déterminer les solutions de l'équation  $(\mathcal{P})$  suivante d'inconnue  $y$  une fonction deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  :

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \forall t \in \mathbb{R}, & y''(t) + 2y'(t) - 15y(t) = 0 & (E_0) \\ y(0) = y'(0) = 8. \end{cases}$$

- 3.2 Déterminer les solutions de l'équation  $(\mathcal{P})$  suivante d'inconnue  $y$  une fonction deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  :

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \forall t \in \mathbb{R}, & y''(t) + y'(t) + \frac{5}{2}y(t) = 0 & (E_0) \\ y(\pi) = -e^{-\frac{\pi}{2}} \text{ et } y'(\pi) = \frac{7}{2}e^{-\frac{\pi}{2}}. \end{cases}$$

- 3.3 Déterminer les solutions de l'équation  $(\mathcal{P})$  suivante d'inconnue  $y$  une fonction deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  :

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \forall t \in \mathbb{R}, & y''(t) - 16y'(t) + 64y(t) = 0 & (E_0) \\ y(1) = y'(1) = e^2. \end{cases}$$

- 3.4 Déterminer les solutions de l'équation  $(\mathcal{P})$  suivante d'inconnue  $y$  une fonction deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  :

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \forall t \in \mathbb{R}, & y''(t) - 3y'(t) + (3 - i)y(t) = 0 & (E_0) \\ y(0) = 1 \text{ et } y'(0) = 1 + 2i. \end{cases}$$

- 3.5 Déterminer les solutions de l'équation  $(\mathcal{P})$  suivante d'inconnue  $y$  une fonction deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  :

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \forall t \in \mathbb{R}, & y''(t) + (1 + i)y'(t) + iy(t) = 0 & (E_0) \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 0. \end{cases}$$

**4. Savoir déterminer une solution particulière.**

4.1 Déterminer une solution de l'équation (E) suivante d'inconnue  $y$  une fonction deux fois dérivable :

$$(E) : \forall t \in \mathbb{R}, \quad y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = (t+1)e^{2t}.$$

4.2 Déterminer une solution de l'équation (E) suivante d'inconnue  $y$  une fonction deux fois dérivable :

$$(E) : \forall t \in \mathbb{R}, \quad y''(t) + y'(t) - 2y(t) = 9e^t.$$

4.3 Déterminer une solution de l'équation (E) suivante d'inconnue  $y$  une fonction deux fois dérivable :

$$(E) : \forall t \in \mathbb{R}, \quad y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 4t^3 - 6t + 4.$$

4.4 Déterminer une solution de l'équation (E) suivante d'inconnue  $y$  une fonction deux fois dérivable :

$$(E) : \forall t \in \mathbb{R}, \quad y''(t) - 4y'(t) + 4y(t) = 5e^{2t}.$$

4.5 Déterminer une solution de l'équation (E) suivante d'inconnue  $y$  une fonction deux fois dérivable :

$$(E) : \forall t \in \mathbb{R}, \quad y''(t) + 4y(t) = (t+1)\cos(2t).$$

**5. Calcul d'équivalents.**

5.1 Calculer un équivalent simple en 0 de  $f : x \mapsto \sin(3x^5 - \operatorname{sh}^2(x) + e^x - 1)$ .

5.2 Calculer un équivalent simple en  $+\infty$  de  $f : x \mapsto \sin(e^{2x}) + x^{\ln(x)} + 5e^x + 3\operatorname{ch}(x)$ .

5.3 Calculer un équivalent simple en  $+\infty$  de  $f : x \mapsto e^{x^2 + 5x + 3 + \frac{7}{x} - \frac{1}{x^2}}$ .

5.4 Calculer un équivalent simple en 0 de  $f : x \mapsto \arctan\left(\sqrt{x+x^5} + \frac{\sin(x)}{5} + \frac{\cos(x)}{2} + \frac{\tan(x)}{3} + \frac{e^x}{2}\right)$ .

5.5 Calculer un équivalent simple en 0 de  $f : x \mapsto (\arcsin(x^2) + \tan^3(x) + x \cos(x))^5$ .

5.6 Calculer un équivalent simple en  $+\infty$  de  $f : x \mapsto \frac{\arcsin(x) + e^{-x} + \frac{5}{x}}{x^2 + \ln^7(x) + x^{\frac{1}{x}}}$ .