

**Interrogation 17**  
**Variables aléatoires**

**Nom/Prénom :**

**Note :**

1. (a) Définir la loi conditionnelle de  $X$  sachant  $Y = y$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(b) Énoncer l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(c) Définir les termes suivants : isomorphismes, endomorphismes, automorphismes.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Dans une population d'escargots, 60% sont des escargots des bois. Parmi ces escargots des bois, 50% ont une coquille jaune. On pioche 4 escargots au hasard et on note  $X$  le nombre d'escargots des bois ayant une coquille jaune. Donner la loi, l'univers, l'espérance, la variance de  $X$ . Quelle est la probabilité que la moitié des escargots piochés soit jaunes ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Un jeu de 52 cartes contient 4 rois et 4 dames. On pioche uniformément une carte et on note  $X$  la variable aléatoire retournant 1 si la carte est une dame et 0 sinon. On note  $Y$  la variable aléatoire retournant 1 si la carte est un roi et 0 sinon. Déterminer la loi conjointe de  $X$  et  $Y$ . Les variables aléatoires sont-elles indépendantes ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Soient  $n \in \mathbb{N}$ ,  $X \sim \mathcal{U}([0; n])$  et  $Y = e^X$ . Calculer l'espérance de  $Y$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Soit  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ . On tire successivement et sans remise deux jetons dans une urne contenant  $n$  jetons numérotés de 1 à  $n$ . On note  $X$  le résultat du premier jeton et  $Y$  celui du second jeton. Déterminer la probabilité que  $Y > X$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....