Fonctions à deux variables

EXERCICES

Exercice 1

Montrer que l'intersection de deux ouverts de $\mathbb{R}^2$ est un ouvert de $\mathbb{R}^2$.

Exercice 2

Soit la fonction f définie par $f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)\sin(\dfrac{1}{x^2+y^2}) & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

Etudier la continuité de f sur $\mathbb{R}^2$.

Exercice 3

Soit la fonction f définie par $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

f est-elle continue en (0,0) ?

Exercice 4

Calculer les dérivées partielles à l'ordre 1 de la fonction f définie sur $\mathbb{R}^2$ dans les cas suivants :

1) $f(x,y) = x^2 - 2x + y^2 - 4y + 4$

2) $f(x,y) = xy(x+y-1)$

3) $f(x,y) = -2(x-y)^2 + x^4 + y^4$

4) $f(x,y) = y^2 e^{x^2 y} + x\sin(y^3)$

Exercice 5

Soit la fonction f définie par $f(x,y) = \begin{cases} xy\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

Montrer que f admet des dérivées partielles à l'ordre 1 sur $\mathbb{R}^2$ et les déterminer.

Exercice 6

Soit la fonction f définie par $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 y}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

Montrer que f est de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}^2$.

Exercice 7

Soit la fonction f définie par $f(x,y) = \begin{cases} \sin(\dfrac{x^3 y}{x^2+y^2}) & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

f est-elle de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}^2$?