

Exercice Automne 03

Calcul algébrique

Soient $n \in \mathbb{N}$ et $f : x \mapsto (1 + 2x)^n$.

1. Déterminer une primitive de f sur \mathbb{R} .
2. En déduire la somme

$$S_n = \sum_{k=0}^n \frac{2^k}{k+1} \binom{n}{k}.$$

3. En déduire pour tout $p \in \mathbb{N}$, la somme

$$T_n = \sum_{k=p+1}^{n+p} \frac{2^k}{k+1-p} \binom{n}{k-p}.$$