On a : $\arcsin(\sqrt{2}x) = 2\arcsin(x)$

On a $\sqrt{2}x$ et $x \in \left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right]$ donc :

Non pas nécessairement

$\sin(\arcsin(\sqrt{2}x)) = \sin(2\arcsin(x))$ ✓

$\Rightarrow \sqrt{2}x = 2\sin(\arcsin(x)) \times \cos(\arcsin(x))$ oui

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}x = \sin(\arcsin(x)) \times \cos(\arcsin(x))$ ✓

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}x = x \times \cos(\arcsin(x))$ ✓

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos(\arcsin(x))$ OU $x = 0$

↳ par la formule $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ on obtient :

$\cos^2(x) = 1 - \sin^2(x)$ oui !

à justifier !

↳ $\cos(x) = \sqrt{1-\sin^2(x)}$, on a donc :

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{1-\sin^2(\arcsin(x))}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{1-x^2}$ ✓

$\Rightarrow \frac{2}{4} = 1 - x^2$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = 1 - x^2$ ✓

$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{2} = 1$

$\Rightarrow x^2 = 1 - \frac{1}{2}$ ✓

$\Rightarrow x^2 = \frac{2}{2} - \frac{1}{2}$

$\Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{2}}$ OU $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ OU $x = 0$

Oui ! Maintenant il faut faire une synthèse.