Exercice Automne 06
Fonction réelles

Soit $f : x \to -\ln(1+e^{-x})$

Soit $x \in \mathbb{R}$

$f(x)$ existe $\iff 1+e^{-x} \geq 1$??

$\iff e^{-x} \geq 0$

$\iff \frac{1}{e^{x}} \geq 0$ toujours vrai.

$\boxed{\text{Donc } f \text{ est définie sur } \mathbb{R}.}$ ✓

f est dérivable car elle est composée de fonctions qui le sont.

~~Soit $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$.~~ Notation standard à ne pas redéfinir

$\forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -\frac{-e^{-x}}{1+e^{-x}}$ oui

$\boxed{f'(x) = \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}}$ ✓

De plus, $\frac{e^{-x}}{1+e^{-x}} > 0$ donc $f'(x) > 0$ ✓

x	$-\infty$		$+\infty$
Signe $f'(x)$		$+$	
Variation de f	$-\infty$	$\nearrow$	0

Ne jamais passer à la limite sur un morceau.

à écrire avant

$\lim_{x \to +\infty} -\ln(1+e^{-x}) = \lim_{x \to +\infty} -\ln(1) = 0$ ✓ C_f admet une asymptote horizontale : $y=0$ en $+\infty$ oui

$\lim_{x \to -\infty} -\ln(1+e^{-x}) = -\infty$ ✓

On sait que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ donc :

Faux. Cf corrigé.

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{-\ln(1+e^{-x})}{x} = 0$$ par croissance comparée

La courbe $\mathcal{C}_f$ admet une branche parabolique de direction asymptotique (Ox) en $-\infty$.