

Soit $x \in \mathbb{R}$. On a :

$$\cos(2x) + 3\sin(x) + 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2(x) + 3\sin(x) + 1 \leq 0 \quad \checkmark$$

$$\Leftrightarrow -2\sin^2(x) + 3\sin(x) + 2 \leq 0 \quad \checkmark$$

Posons $X = \sin(x)$. On a :

$$-2X^2 + 3X + 2 \leq 0 \quad \text{oui}$$

Soit Δ le discriminant de $-2x^2 + 3x + 2$: $\Delta = 9 + 16 = 25 > 0 \quad \checkmark$

Il existe 2 racines : $x_1 = \frac{-3+5}{-4} = -\frac{1}{2}$.

$$x_2 = \frac{-3-5}{-4} = 2 \quad \text{oui}$$

Donc :

$$-2\sin^2(x) + 3\sin(x) + 2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \sin(x) \leq -\frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad \sin(x) \geq 2 \quad \checkmark$$

$$\Leftrightarrow \sin(x) \leq -\frac{1}{2} \quad \text{car } -1 \leq \sin(x) \leq 1 < 2. \quad \text{oui}$$

$$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}, -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{6} + 2k\pi.$$

Conclusion : $S = \left\{ -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{6} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Revoir l'écriture de l'ensemble S.

Bien.