Exercice Automne 10
Complexes

Soit $a \in \mathbb{C}^*$ tel que $|a| < 1$. On définit lorsque c'est possible :

$$f(z) = \frac{z-a}{1-\overline{a}z}.$$

1. Déterminer $\mathscr{D}_f$ l'ensemble de définition de f et vérifier que $\mathbb{U} \subseteq \mathscr{D}_f$.
2. Montrer que $f(z) \in \mathbb{U} \;\Leftrightarrow\; z \in \mathbb{U}$.