Exercice Hiver 01
Polynômes

Exercice 1 Déterminer la nature de la série $\displaystyle\sum_{n\in\mathbb{N}} \frac{1}{1+\mathrm{sh}(n)}$.

Exercice 2 Soient $n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 2$ et $P = (X+1)^{2n} - X^{2n} - 2X - 1$.

1. A l'aide de la formule du binôme de Newton, préciser d le degré de P.
2. On note $r_1, \ldots, r_d$ les racines de P (non nécessairement distinctes). Préciser $\displaystyle\sum_{k=1}^{d} r_k$.
3. Déterminer la multiplicité de -1 pour P.
4. Montrer que $2X^3 + 3X^2 + X$ divise P.