Garnier Raphaël

Exercice Hiver 01

Exercice 1

G_n a $\frac{1}{1+sh(n)} \underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{1}{1+\frac{e^{n}-e^{-n}}{2}} \underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{1}{\frac{e^{n}}{2}}$

Donc $\frac{1}{1+sh(n)} \underset{n\to+\infty}{\sim} 2e^{-n} \underset{n\to+\infty}{\sim} 2(e^{-1})^{n}$. Puisque $-1 < q = e^{-1} < 1$,

ai

alors il s'agit d'une série géométrique. Donc

Attention, il faut parler du signe qui doit être constant et citer le théorème en question.

$\sum_{n\in\mathbb{N}} \frac{1}{1+sh(n)}$ converge.

Exercice 2 :

1. Par le binôme de Newton, on a :

$$P = \sum_{k=0}^{2n} \binom{2n}{k} X^k \times 1^{2n-k} - X^{2n} - 2X - 1$$ oui

Le terme de degré le plus haut sera donc $\binom{2n}{2n} X^{2n} \times 1^0 = X^{2n}$. Il s'annule avec le $-X^{2n}$ oui, donc l'avant dernier terme de la somme sera prépondérant, soit $\binom{2n}{2n-1} X^{2n-1}$; Oui !

$\binom{2n}{2n-1} = 2n$ ✓. Donc l'avant dernier terme de la somme est $2nX^{2n-1}$, donc $\deg(P) = d = 2n-1$

Bien !

2. Par définition, on a $\sum_{k=1}^{d} r_k = -\frac{a_{n-1}}{a_n}$ ✓, avec a_n l[...] coefficients du polynome.

Ici on a donc $-\frac{\frac{2n(2n-1)}{2}}{2n} = -\frac{(2n-1)}{2}$ ✓

oui !

Donc $\sum_{k=1}^{d} r_k = -\frac{(2n-1)}{2}$

3. On a $P(-1) = 0 - 1 + 2 - 1 = 0$ $P' = \ldots$

$P'(-1) = 0 + 2n - 2 \neq 0$ OK

Donc -1 est une racine de multiplicité 1 d[...]

oui !