

Exercice Hiver 02

Continuité et dérivabilité

Exercice 1 Soit f une fonction continue sur $[0; 1]$. Déterminer la nature de $\sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{1}{n^2 + 1} f\left(\frac{1}{n^2 + 1}\right)$.

Exercice 2 Soit f une fonction continue sur $[-1; 1]$ et deux fois dérivable sur $] -1; 1[$ telle que $f(-1) = -1$, $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$.

1. Justifier qu'il existe $\alpha \in [-1; 1]$ tel que $\forall x \in [-1; 1], |f(x)| \leq |f(\alpha)|$.
2. Montrer qu'il existe $c \in] -1; 1[$ tel que $f''(c) = 0$.