Exercice Hiver 09
Ensembles et applications

Exercice 1 Déterminer la nature de la série $\displaystyle\sum_{n\in\mathbb{N}^*} \frac{1!+2!+\cdots+n!}{(n+3)!}$.

Exercice 2 Soient E un ensemble, $(A,B)\in\mathscr{P}(E)$ et

$$f:\begin{array}{rcl}\mathscr{P}(E) & \to & \mathscr{P}(A)\times\mathscr{P}(B)\\ X & \mapsto & (X\cap A, X\cap B)\,.\end{array}$$

On suppose que $A\cup B=E$.

1. Montrer que pour tout $(X,Y)\in\mathscr{P}(E)^2$, si $X\cap A=Y\cap A$ et $X\cap B=Y\cap B$ alors $X=Y$.
2. En déduire que f est injective.