Exercice Noël 03
Analyse asymptotique

Exercice 1 Soient $a \in \mathbb{R}$ et $f : x \mapsto \cos\left(\mathrm{e}^x\right) + a\tan\left(\frac{x}{1+x}\right)$.

1. Déterminer le développement limité à l'ordre 3 de f en 0.
2. A l'aide de la proposition IV.7 du cours, déterminer l'unique valeur de a pour que 0 soit un extremum de f et préciser alors la nature de cet extremum (maximum ou minimum). On garde cette valeur pour la question suivante.
3. Déterminer le développement limité à l'ordre 2 de f' en 0.