Soient $(a,b)\in\mathbb{R}^2$, $a<b$ et $f\in\mathcal{C}^1([a;b],\mathbb{R})$ et,

$\forall n\in\mathbb{N},\ I_n=\int_a^b f(t)\sin(nt)\,dt$

Posons $\forall t\in[a;b]$: $\begin{cases} u(t) = -\frac{1}{n}\cos(nt)\\ v(t)=f(t)\end{cases}$

oui

u et v sont $\mathcal{C}^1$ dans $[a;b]$ et, $\forall t\in[a;b]$: $\begin{cases} u'(t)=\sin(nt)\\ v'(t)=f'(t)\end{cases}$

Donc par intégration par parties :

$$I_n=\int_a^b f(t)\sin(nt)=\left[-\frac{f(t)}{n}\cos(nt)\right]_{t=a}^{t=b}+\int_a^b\frac{f'(t)}{n}\cos(nt)\,dt$$ V

$$=-\frac{1}{n}\big(f(b)\cos(nb)-f(a)\cos(na)\big)+\frac{1}{n}\int_a^b f'(t)\cos(nt)\,dt$$ V

$$=\frac{1}{n}\left(\int_a^b f'(t)\cos(nt)\,dt+f(a)\cos(na)-f(b)\cos(nb)\right)$$ V

$t\mapsto f'(t)\cos(nt)$ est continue sur $[a;b]$ comme produit de fonctions qui le sont donc admet des primitives sur [a;b].

Nommons F une primitive de $t\mapsto f'(t)\cos(nt)$

$$\Rightarrow \forall n\in\mathbb{N},\ I_n=\frac{1}{n}\underbrace{\big(F(b)-F(a)+f(a)\cos(na)-f(b)\cos(nb)\big)}_{\in\mathbb{R}\text{ car }\forall(n,x)\in\mathbb{N}\times\mathbb{R},\ -1\leq\cos(nx)\leq 1}$$

$$\boxed{\text{Conclusion : } I_n\xrightarrow[n\to+\infty]{}0}$$

pas clair car F dépend de n.

Posons $Z = z^3$

$\Rightarrow (E) : (1+i)Z^2 - (2-i)Z - i = 0$

$\Delta = (2-i)^2 + 4(1+i)i = 3-4i \quad +4i-4$

$= -1$

Pourquoi ???

$Z_1 = \frac{1-i}{1+i} = \frac{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}} = e^{-i\frac{\pi}{2}}$

$Z_2 = \frac{2-i+i}{2(1+i)} = \frac{1}{1+i} = \frac{1-i}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

$|Z_2| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos\theta = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\theta = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Big|$ $\arg Z_2 = -\frac{\pi}{4}$ convient Ok

$\Rightarrow Z_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}}$ oui

Les ensembles des racines cubiques de Z_1 et Z_2 sont donnés par

$S_1 = \left\{ e^{i\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}\right)} \;\middle|\; k \in [\![0;2]\!] \right\}$

$S_2 = \left\{ \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{2}}}\, e^{i\left(-\frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3}\right)} \;\middle|\; k \in [\![0;2]\!] \right\}$

$\boxed{\text{Conclusion} : z = \left\{ e^{-i\frac{\pi}{2}} ; e^{i\frac{\pi}{6}} ; e^{i\frac{5\pi}{6}} ; e^{-i\frac{\pi}{4}} ; e^{i\frac{5\pi}{12}} ; e^{i\frac{13\pi}{12}} \right\}}$

Ok, revoir la conclusion.