Exercice 1 :

1) Il y a deux issues : la cible est atteinte ou non donc $X(\Omega)=\{0;1\}$ ✓

Donc X suit une loi de Bernoulli. oui

De plus, on a $\mathbb{P}(X=1) = \frac{2}{3}\times\frac{6}{10}+\frac{1}{3}\times\frac{9}{10} = \frac{2}{5}+\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$ et $\mathbb{P}(X=0)=1-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}$

On a donc $\boxed{X \sim \mathcal{B}(\frac{7}{10})}$. A justifier ! Formule + hypothèse + rédaction en français.

2) On pose A l'évènement "Ally a tiré", on a donc $\bar{A}$ l'évènement "Seydina a tiré" ✓

On cherche la probabilité que ce soit Seydina qui ait tiré sachant que la cible a été atteinte, on cherche donc $\mathbb{P}(\bar{A} | X=1)$. oui

Étant donné que $(X=1)$ est un évènement non négligeable et $\mathbb{P}(X=1)\neq 0$, on a d'après la formule de Bayes : exact

$$\mathbb{P}(\bar{A} | X=1) = \mathbb{P}(X=1|\bar{A})\times\frac{\mathbb{P}(\bar{A})}{\mathbb{P}(X=1)}$$ ✓

Or, d'après la question 1, $\mathbb{P}(X=1)=\frac{7}{10}$ ✓, on a donc

$$\mathbb{P}(\bar{A} | X=1) = \frac{6}{10}\times\frac{\frac{2}{3}}{\frac{7}{10}} = \frac{6\times 2}{3\times 7} = \frac{4}{7}$$ ✓

Conclusion : La probabilité pour que ce soit Seydina qui ait tiré sachant que la cible a été atteinte est de $\frac{4}{7}$. Bien.

Exercice 2 :

$\forall n\in\mathbb{N}$, $U_n = \ln(n+e^{2n}) - 2\sqrt{1+n^2}$

$= \ln(e^{2n}(ne^{-2n}+1)) - 2\sqrt{1+n^2}$ ✓

$= \ln(e^{2n}) + \ln(ne^{-2n}+1) - 2\sqrt{1+n^2}$ ✓

$= 2n + \ln(ne^{-2n}+1) - 2\sqrt{1+n^2}$ ✓

Posons $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $h=\frac{1}{n}$ i.e $n=\frac{1}{h}$ on a donc $h \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$ ✓

De plus, $-2\sqrt{1+n^2} = -2\sqrt{1+\left(\frac{1}{h}\right)^2}$

$= -2\sqrt{\left(\frac{1}{h}\right)^2(h^2+1)}$

$= -\frac{2}{h}\sqrt{1+h^2}$ OK

et, on a $\sqrt{1+h^2} \underset{h\to 0}{=} 1+\frac{1}{2}h^2+o(h^2)$ ✓

donc $-2\sqrt{1+n^2} \underset{n\to+\infty}{=} -\frac{2}{h}\left(1+\frac{1}{2}h^2+o(h^2)\right)$ ✓

$\underset{n\to+\infty}{=} -2n-\frac{1}{n}+o\left(\frac{1}{n}\right)$ ✓

Aussi, on observe que $ne^{-2n} \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$ Par croissance comparée ✓

et on sait que $\ln(1+u) \underset{u\to 0}{=} u+o(u)$ ✓

Donc $\ln(1+ne^{-2n}) \underset{n\to+\infty}{=} ne^{-2n}+o(ne^{-2n})$ ✓

Par ce qui précède, on a donc :

$U_n \underset{n\to+\infty}{=} 2n+ne^{-2n}+o(ne^{-2n})-2n-\frac{1}{n}+o\left(\frac{1}{n}\right)$

$\underset{n\to+\infty}{=} ne^{-2n}+o(ne^{-2n})\cancel{-2n}-\frac{1}{n}+o\left(\frac{1}{n}\right)$

$\underset{n\to+\infty}{=} n\left(\frac{1}{(e^2)^n}-\frac{1}{n^2}+o\left(\frac{1}{n^2}\right)+o(e^{-2n})\right)$ oui

Or, on sait que $\frac{1}{(e^2)^n} \underset{n\to+\infty}{\ll} -\frac{1}{n^2}$ ✓

Par croissance comparée

Donc $\frac{1}{(e^2)^n}+o(e^{-2n}) \underset{n\to+\infty}{=} o\left(\frac{1}{n^2}\right)$ ✓

D'où

$U_n \underset{n\to+\infty}{=} n\left(-\frac{1}{n^2}+o\left(\frac{1}{n^2}\right)+o\left(\frac{1}{n^2}\right)\right)$

$\underset{n\to+\infty}{=} -\frac{1}{n}+o\left(\frac{1}{n}\right)$ TB.

Conclusion :

$\boxed{U_n \underset{n\to+\infty}{\sim} -\frac{1}{n}}$ Oui !