

**Colle du 09/12 - Sujet 1**  
**Equa diff d'ordre 2, calcul dans  $\mathbb{R}$**

**Question de cours.** Montrer que toute partie non vide et minorée de  $\mathbb{Z}$  admet un minimum.

**Exercice 1.** Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on pose  $f(x) = \lfloor 3x \rfloor - 3 \lfloor x \rfloor$ .

1. Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $0 \leq f(x) \leq 2$ .
2. Montrer que  $f$  est 1-périodique.
3. Représenter le graphe de  $f$  sur  $[-2; 2]$ .

**Exercice 2.** Résoudre sur  $\mathbb{R}$ ,  $(1 + x^2) y'' + 2x(1 + x^2) y' + 4y = 0$ . On pourra poser  $t = \arctan(x)$ .

**Colle du 09/12 - Sujet 2**  
**Equa diff d'ordre 2, calcul dans  $\mathbb{R}$**

**Question de cours.** Déterminer l'ensemble des intervalles non vides, non réduits à un singleton et bornés de  $\mathbb{R}$ .

**Exercice 1.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation  $(E) : y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \cos(x)$ .

**Exercice 2.** Déterminer l'ensemble des réels  $x \in \mathbb{R}$  tels que

$$|x + 3| - |x - 1| = |2x + 1|.$$

**Colle du 09/12 - Sujet 3**  
**Equa diff d'ordre 2, calcul dans  $\mathbb{R}$**

**Question de cours.** Démonstration d'un lemme sur l'ensemble des solutions complexes d'une équation différentielle homogène d'ordre 2 (méthode d'abaissement du degré dans le cas constant et homogène).

**Exercice 1.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 3x + 2$ .

**Exercice 2.** Résoudre sur  $\mathbb{R}_+^*$  vérifiant  $(E) : \forall x \in \mathbb{R}_+^*, x^2 y'' + xy' + y = x^2 + x + 1$ . On pourra poser  $t = \ln(x)$ .