

Colle du 16/12 - Sujet 1
Equa diff d'ordre 2, calcul dans \mathbb{R}

Question de cours. Déterminer l'ensemble des intervalles non vides, non réduits à un singleton et bornés de \mathbb{R} .

Exercice 1. Soient $x \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que $\left\lfloor \frac{\lfloor nx \rfloor}{n} \right\rfloor = \lfloor x \rfloor$.

Exercice 2. Résoudre $y'' + 4y' + 4y = x e^{-2x}$

Colle du 16/12 - Sujet 2
Equa diff d'ordre 2, calcul dans \mathbb{R}

Question de cours. Montrer que toute partie non vide et minorée de \mathbb{Z} admet un minimum.

Exercice 1. Résoudre $(E) : y'' - 4y' + 4y = 7 \sin(x) - \cos(x)$.

Exercice 2. Soit $m \in \mathbb{R}$. Suivant les valeurs de m , déterminer l'ensemble solution de l'équation suivante d'inconnue $x \in \mathbb{R}$,

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = m.$$

Colle du 16/12 - Sujet 3
Equa diff d'ordre 2, calcul dans \mathbb{R}

Question de cours. Démonstration d'un lemme sur l'ensemble des solutions complexes d'une équation différentielle homogène d'ordre 2 (méthode d'abaissement du degré dans le cas constant et homogène).

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation $x + \sqrt{x^2 - 5x + 4} < 2$.

Exercice 2. Résoudre sur \mathbb{R}_+^* l'équation $(E) : x^4 y'' + 2x^3 y' - y = e^{\frac{1}{x}}$.
On pourra poser $t = \frac{1}{x}$.