Colle du 28/01 - Sujet 1
Surfaces

Question de cours

1. Définir une surface réglée.

Exercice 1. Déterminer le plan tangent à $M : (u, v) \mapsto \left(u^2, uv, u+v\right)$ au point $M\,(1,1)$.

Exercice 2. Soit S la surface paramétrée par $\begin{cases} x\,(u,v) = u^2 \\ y\,(u,v) = uv \\ z\,(u,v) = 2u + v \end{cases}$.

1. Montrer que S est réglée.
2. Montrer que S est incluse dans la surface Σ d'équation $xz^2 = (2x+y)^2$.
3. Vérifier que $S \neq \Sigma$ puis montrer que $M \in S$ et seulement si $M \in \Sigma$ et $x \geqslant 0$.

Colle du 28/01 - Sujet 2
Surfaces

Question de cours

1. Donner l'équation du plan tangent à une surface en un point régulier lorsque la surface est définie par un paramétrage.

Exercice 1. Montrer que la courbe définie par $x(t) = \frac{t-1}{t}$, $y(t) = \frac{t+1}{t-1}$, $z(t) = \frac{1}{t^2-t}$ est plane et déterminer l'équation du plan associé.

Exercice 2. Soit Γ la courbe d'équation $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

1. Reconnaître Γ.
2. Déterminer une équation cartésienne de la surface de révolution obtenue en tournant Γ autour de l'axe Δ d'équation $\begin{cases} x = 0 \\ z = y \end{cases}$.

Colle du 28/01 - Sujet 3
Surfaces

Question de cours

1. Donner l'équation du plan tangent à une surface en un point régulier lorsque la surface est définie par une équation cartésienne.

Exercice 1. Soit $\mathcal{S}$ la surface paramétrée par $\begin{cases} x(u,v) = u - v, \\ y(u,v) = uv, \\ z(u,v) = u + v \end{cases}$, $(u,v) \in \mathbb{R}^2$.

1. Déterminer les points réguliers de $\mathcal{S}$.
2. Donner une équation cartésienne du plan tangent au point de paramètre u et v.
3. Déterminer les plans tangents qui sont parallèles à $\mathcal{P} : x + 2y - 2z + 3 = 0$.

Exercice 2. Soit $\mathscr{C}$ le cercle de $A(0,1,1)$, de rayon 1 et contenu dans le plan d'équation $y = 1$.

1. Déterminer une représentation cartésienne puis paramétrique de $\mathscr{C}$.
2. Soit D_t la droite reliant le point de paramètre t à son projeté orthogonal sur (Oz). Déterminer une représentation paramétrique de D_t.
3. Soit Σ la surface réglée engendrée par les droites D_t. Déterminer une équation cartésienne de $D_t \cup (Oz)$.