

**Colle du 12/09 - Sujet 1**  
**Séries numériques**

**Question de cours**

1. Définir la convergence absolue. Lien avec la convergence ?
2. Définir une série géométrique. Donner sa nature et en cas de convergence sa somme totale.

**Exercice 1.** Déterminer la nature de  $\sum_{n \in \mathbb{N}} \ln \left( \frac{n^2 + 1}{n^2} \right)$ .

**Exercice 2.** Soient  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  et

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = \sqrt{n} + a\sqrt{n+1} + b\sqrt{n+2}.$$

1. Démontrer qu'il existe un unique couple  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  pour lequel  $\sum_{n \in \mathbb{N}} u_n$  converge.
2. Dans ce cas calculer la somme totale.

**Colle du 12/09 - Sujet 2**  
**Séries numériques**

**Question de cours**

1. Définir la domination et l'équivalence de deux suites. Que dire de deux suites équivalentes ?
2. Démontrer le théorème de comparaison série-intégrale.

**Exercice 1.** Déterminer la nature de  $\sum_{n \in \mathbb{N}} \left( \cos \left( \frac{1}{n} \right) - e^{\frac{1}{n}} \right)$ .

**Exercice 2.** Déterminer la nature de la série de terme général  $u_n = \arctan \left( \frac{1}{n} \right) - \ln \left( \frac{n^2 + \sqrt{n+1}}{n^2 - n} \right)$ .

**Colle du 12/09 - Sujet 3**  
**Séries numériques**

**Question de cours**

1. Énoncer le théorème de domination des séries.
2. Démontrer la convergence de  $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} \frac{\ln^3(n)}{n^2}$ .

**Exercice 1.** Déterminer la nature de  $\sum_{n \in \mathbb{N}} \arctan\left(\frac{1}{n^2 + n + 1}\right)$ .

**Exercice 2.** Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par  $u_0 = 1$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = \sin(u_n)$ . Montrer que  $\sum_{n \in \mathbb{N}} u_n^3$  converge.