

**Colle du 25/09 - Sujet 1**  
**Logique et calcul**

**Question de cours**

1. Que dire des racines de  $X^2 + aX + b$ ?
2. Montrer que si  $n \in \mathbb{N}$ , alors  $n(n+1)$  est un entier naturel pair.

**Exercice 1.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $2x + 1 < \sqrt{x^2 + 8}$ .

**Exercice 2.** Montrer que  $\frac{\ln(2)}{\ln(3)}$  est irrationnel.

**Colle du 25/09 - Sujet 2**  
**Logique et calcul**

**Question de cours**

1. Soit  $I : (P \Rightarrow Q)$ . Énoncer la négation, la réciproque et la contraposée de  $I$ .
2. Démontrer l'inégalité triangulaire supérieure.

**Exercice 1.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\sqrt{3x-2} = x-1$ .

**Exercice 2.** Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  la suite définie par  $u_0 = 1$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = \frac{u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2}{n+1}$ . Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , conjecturer une expression simple de  $u_n$  puis la démontrer.

**Colle du 25/09 - Sujet 3**  
**Logique et calcul**

**Question de cours**

1. Énoncer les inégalités triangulaires.
2. Démontrer les lois de Morgan.

**Exercice 1.** Démontrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n^2 + 1$  n'est pas un multiple de 4.

**Exercice 2.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\sqrt{x-2} + \sqrt{x-3} = 2x$ .