

Colle du 25/09 - Sujet 1
Calcul algébrique et complexes

Question de cours

1. Définir le conjugué d'un complexe.
2. Démontrer la propriété sur la somme télescopique.

Exercice 1. Déterminer l'ensemble des complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que $|z - 1| = |z - i|$.

Exercice 2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $k \in \llbracket 1; n \rrbracket$.

1. Simplifier $\frac{1}{n^{k-1}} \binom{n}{k-1} - \frac{1}{n^k} \binom{n}{k}$.
2. En déduire $\sum_{k=1}^n \frac{k-1}{n^k} \binom{n+1}{k}$.

Colle du 25/09 - Sujet 2
Calcul algébrique et complexes

Question de cours

1. Que vaut $\sum_{k=1}^n k$?
2. Montrer que $\overline{zz'} = \dots$

Exercice 1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, calculer $\sum_{k=0}^n \frac{1}{\sqrt{k+1} + \sqrt{k}}$.

Exercice 2. Soit $j = e^{i\frac{2\pi}{3}}$.

1. Calculer $1 + j + j^2$.
2. En déduire la forme algébrique de $\frac{(1+j)^7}{j^5}$.

Colle du 25/09 - Sujet 3
Calcul algébrique et complexes

Question de cours

1. Définir le module d'un complexe.
2. Démontrer la somme des premiers termes d'une suite géométrique.

Exercice 1. Soit $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Calculer $\prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$.

Exercice 2. Soit $f : z \mapsto \frac{z+i}{z-i}$. Déterminer $f(\mathbb{R})$, $f(\mathbb{U} \setminus \{i\})$ et $f(i\mathbb{R} \setminus \{i\})$.