

Colle du 30/09 - Sujet 1
Bijections et trigonométrie

Question de cours.

1. Linéariser $\cos(a)\sin(b)$.
2. Montrer que la fonction cosinus est dérivable sur \mathbb{R} à l'aide de limites usuelles.

Exercice 1. Soit $f : x \mapsto -x + \ln(1 + x^2)$.

1. Etudier la fonction f .
2. Montrer que f définit une bijection sur son domaine de définition.
3. Déterminer le domaine de dérivabilité de f^{-1} .

Exercice 2. Résoudre $\cos(x) + \cos(2x) + \sin(3x) = 0$.

Colle du 30/09 - Sujet 2
Bijections et trigonométrie

Question de cours.

1. Factoriser $\cos(p) + \cos(q)$.
2. Montrer que la fonction $f : x \mapsto \ln(x^2 - 1)$ définit une bijection de $]1; +\infty[$ dans \mathbb{R} et préciser sa fonction réciproque.

Exercice 1. Démontrer que $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{2}{\cos(2x)}$.**Exercice 2.** Soit $f : x \mapsto \frac{1}{\cos(x)}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Montrer que f définit une bijection de I dans J où I est un intervalle le plus grand possible contenant 0 l'on précisera.
3. Montrer que f^{-1} est dérivable et déterminer sa dérivée.

Colle du 30/09 - Sujet 3
Bijections et trigonométrie

Question de cours.

1. Développer $\cos(a - b)$.
2. Démontrer la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Exercice 1. Pour tout $x \in]-1; 1[$, on pose $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$.

1. Montrer que f est une bijection de $] -1; 1[$ dans J un intervalle que l'on précisera.
2. Montrer que f^{-1} est dérivable sur J et que pour tout $x \in J$, $(f^{-1})'(x) = \frac{f^{-1}(x)}{x}$.
3. Déterminer f^{-1} .

Exercice 2. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $\sin(2x) = 3 \tan(x)$.