

**Colle du 01/10 - Sujet 1**  
**Intégrales généralisées et courbes paramétrées**

**Question de cours**

1. Enoncer le théorème d'intégration par parties.
2. Montrer que  $t \mapsto \frac{1}{t}$  n'est intégrable ni en 0 ni en  $+\infty$ .

**Exercice 1.**

1. Déterminer la nature de  $I = \int_0^{+\infty} \frac{\ln(x)}{(1+x)^2} dx$ .
2. Calculer  $I$  par un changement de variable.
3. Calculer  $I$  par une intégration par parties.

**Exercice 2.** Soit  $\Gamma$  l'arc paramétré par  $\begin{cases} x(t) = \frac{2t^3}{t^2-1} \\ y(t) = t+1 \end{cases}$ .

1. Déterminer les points réguliers de  $\Gamma$ .
2. Etudier la nature du point de paramètre 0.
3. Déterminer le comportement de la courbe lorsque  $t \rightarrow +\infty$  et  $t \rightarrow -\infty$ .
4. Déterminer une équation cartésienne du graphe  $\Gamma$ .
5. Tracer  $\Gamma$ .

**Colle du 01/10 - Sujet 2**  
**Intégrales généralisées et courbes paramétrées**

**Question de cours**

1. Enoncer le théorème de changement de variable.
2. Montrer que  $\ln$  est intégrable en 0.

**Exercice 1.**

1. Déterminer la nature de  $I = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{\sqrt{t}} dt$ .
2. On admet que  $\int_0^{+\infty} e^{-t^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ . En déduire la valeur de  $I$ .

**Exercice 2.** Représenter  $\Gamma$  la courbe paramétrée par  $M : t \mapsto (2 \cos(t) + \cos(2t), 2 \sin(t) - \sin(2t))$ .

**Colle du 01/10 - Sujet 3**  
**Intégrales généralisées et courbes paramétrées**

**Question de cours**

1. Donner l'allure d'une courbe au voisinage d'un point en fonction des entiers caractéristiques.
2. Montrer que  $t \mapsto e^{-t}$  est intégrable en  $+\infty$ .

**Exercice 1.**

1. Montrer la convergence de  $I = \int_1^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x^\alpha} dx$  pour  $\alpha > 0$ .
2. En déduire la convergence de  $J = \int_1^{+\infty} \sin(x^2) dx$ .

**Exercice 2.** Etudier la courbe admettant pour paramétrage  $\begin{cases} x(t) = 2 \cos(t) \\ y(t) = \sin(2t) \end{cases}$ .