

Colle du 20/11 - Sujet 1
Fonctions réelles

Question de cours

1. Définir l'image directe et l'image réciproque.
2. Montrer que la composée de deux injections est injective.

Exercice 1. Soit $f : x \mapsto \frac{\cos(\sqrt{x^2+1})}{\sin(\sqrt{x^2+1})}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Déterminer la parité de f .
3. Déterminer le domaine de dérivabilité de f puis la dériver.

Exercice 2. Montrer que $f : x \mapsto \frac{3x+1}{x-3}$ est une bijection de $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ dans un ensemble que l'on précisera et déterminer f^{-1} .

Colle du 20/11 - Sujet 2
Fonctions réelles

Question de cours

1. Caractériser la bijection par l'existence d'une fonction réciproque.
2. Démontrer la caractérisation de l'injectivité.

Exercice 1. Etudier la fonction $f : x \mapsto e^{\sin(2x)}$.

Exercice 2. Soit $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ définie par $n \mapsto \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{si } n \text{ est pair} \\ \frac{n-1}{2} & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$. Déterminer si f est injective et/ou surjective.

Colle du 20/11 - Sujet 3
Fonctions réelles

Question de cours

1. Définir une fonction bijective.
2. Démontrer que la somme de deux fonctions croissantes est croissante.

Exercice 1. Etudier la fonction $f : x \mapsto \ln(|2x-4| - 3|x+1|)$. Préciser si f est injective, surjective, bijective.

Exercice 2. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ définie par $x \mapsto \frac{1+ix}{1-ix}$.

1. Déterminer si f est injective et/ou surjective.
2. Déterminer l'image réciproque de \mathbb{R} et l'image directe de \mathbb{R} .