Colle du 14/10 - Sujet 1
Complexes et calcul algébrique

Question de cours. Démonstration de $\cos(p)+\cos(q)=\dots$ en passant par les complexes.

Exercice 1. Ici i désigne le nombre complexe. Soit $n\in\mathbb{N}^*$, calculer $S_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{4n} i^k k$.

Exercice 2. Déterminer l'ensemble des complexes $z\in\mathbb{C}$ tels que $|z|=\left|\frac{1}{z}\right|=|1-z|$.

Colle du 14/10 - Sujet 2
Complexes et calcul algébrique

Question de cours. Démonstration de $|z+z'|^2=\dots$ et de l'inégalité triangulaire supérieure.

Exercice 1. Déterminer l'ensemble des complexes $z\in\mathbb{C}$ tels que $\left(\frac{z}{z-1}\right)^3\in\mathbb{R}$.

Exercice 2. Pour tout $n\in\mathbb{N}$, on pose $S_n=\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\binom{2n+1}{k}$.

1. Appliquer le changement d'indice $j=2n+1-k$.
2. En déduire S_n.

Colle du 14/10 - Sujet 3
Complexes et calcul algébrique

Question de cours. Démontrer la somme des premiers carrés à l'aide de la somme des premiers entiers.

Exercice 1. Soit $n\in\mathbb{N}$. Calculer $\displaystyle\prod_{k=0}^{n} \mathrm{e}^{\mathrm{e}^k}$.

Exercice 2. Soient $h:z\mapsto\frac{z-2}{i(2+z)}$ et $\mathscr{C}=\{z\in\mathbb{C}\mid |z|=2\}$. Déterminer $h(\mathscr{C})$.