

Colle du 09/01 - Sujet 1
Séries de fonctions

Question de cours

1. Enoncer la formule des probabilités totales.
2. Montrer que $x \mapsto \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \cos^n(x) \sin(nx)$ est \mathcal{C}^1 sur $]0; \pi[$.

Exercice 1. Une urne contient une boule verte et une boule rouge. On pioche une boule au hasard. On replace la boule dans l'urne avec deux nouvelles boules de la même couleur que celle précédemment piochée.

1. Quelle est la probabilité que les n premiers tirages soient rouges ?
2. Quelle est la probabilité de tirer indéfiniment des boules rouges ?
3. Le résultat précédent reste-t-il vrai si on remet la boule en y ajoutant trois boules supplémentaires de la même couleur ?

Exercice 2. Montrer que $\frac{1}{2} \int_0^1 \frac{\ln^2(t)}{1-t} dt = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^3}$.

Colle du 09/01 - Sujet 2
Séries de fonctions

Question de cours

1. Définir la convergence normale.
2. Montrer que $\int_0^1 \frac{\ln(t)}{1+t^2} dt = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)^2}$.

Exercice 1. Déterminer les convergences de la série de terme général $f_n : x \mapsto \frac{\sin(nx)+x}{n!}$ sur \mathbb{R} .

Exercice 2. Un gène est présent sous forme de deux allèles A et a . Un individu parent a un génotype AA ou Aa ou aa . On suppose les génotypes des parents (père ou mère) indépendants et identiquement distribués. On note u , resp. v et w , la probabilité d'un parent d'être AA , resp. Aa et aa . Sur un génotype l'allèle est choisi de façon équiprobable.

1. Calculer les probabilités U , V et W qu'un enfant soit de génotype AA , resp. Aa et aa .
2. Montrer que les probabilités d'apparition des génotypes de l'enfant sont identiques à celles de ses parents.