

**Colle du 18/12 - Sujet 1**  
**Suites et équations différentielles**

**Question de cours**

1. Énoncer le théorème des gendarmes.
2. Déterminer la monotonie d'une suite arithmétique.

**Exercice 1.** Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation  $(E) : xy' + (x - 2)y = x^4$ .

**Exercice 2.** Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par  $u_0 = u_1 = 1$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+2} = u_{n+1} + 2u_n - 4$ .

1. Justifier que telle suite existe et est unique.
2. Déterminer toutes les suites constantes solutions de l'équation de récurrence.
3. En déduire  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

**Colle du 18/12 - Sujet 2**  
**Suites et équations différentielles**

**Question de cours**

1. Définir une suite géométrique et donner une expression explicite de son terme général.
2. Démontrer le théorème donnant l'ensemble des solutions d'une EDL d'ordre 2 à partir d'une.

**Exercice 1.** On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par  $u_0 = 2$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = 2u_n - n + 2$ . Déterminer une expression explicite de la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ . On pourra poser  $v_n = u_n - n$ .

**Exercice 2.** Résoudre  $2xy' + y = \frac{1}{1-x}$ .

**Colle du 18/12 - Sujet 3**  
**Suites et équations différentielles**

**Question de cours**

1. Définir un problème de Cauchy à l'ordre 2. Propriété ?
2. Déterminer la monotonie d'une suite géométrique.

**Exercice 1.** Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation  $(E) : y'' - 4y' + 5y = e^{2x} \sin(x)$ .

**Exercice 2.** Soit  $x \in ]0; \frac{\pi}{2}[$ . On pose pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = \prod_{k=0}^n \cos\left(\frac{x}{2^k}\right)$ . On définit également pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $v_n = \sin\left(\frac{x}{2^n}\right) u_n$ . Reconnaître la nature de  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et en déduire une expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .