

**Colle du 13/11 - Sujet 1**  
**Fonctions usuelles et équations complexes**

**Question de cours.** Enoncer et démontrer la relation entre  $\arctan(x)$  et  $\arctan\left(\frac{1}{x}\right)$  sur  $\mathbb{R}_+^*$ .

**Exercice 1.** Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $(2z + 1)^4 = (z + 1)^4$ .

**Exercice 2.** Etudier la fonction  $f : x \mapsto \arcsin(3x - 4x^3)$ .

**Colle du 13/11 - Sujet 2**  
**Fonctions usuelles et équations complexes**

**Question de cours.** Démonstration de l'écriture polaire des racines  $n$ -ièmes de l'unité.

**Exercice 1.** Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^4 + (3 - 6i)z^2 - 2(4 + 3i) = 0$ .

**Exercice 2.** Résoudre l'équation  $\arcsin(x) = \arcsin\left(\frac{2}{5}\right) + \arcsin\left(\frac{3}{5}\right)$ .

**Colle du 13/11 - Sujet 3**  
**Fonctions usuelles et équations complexes**

**Question de cours.** Justifier la dérivabilité de la fonction  $\arcsin$  et calculer sa dérivée.

**Exercice 1.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $2\operatorname{sh}(x) + \operatorname{ch}(x) = 3$ .

**Exercice 2.** Soient  $\omega = e^{i\frac{2\pi}{5}}$  et  $Z = \omega + \omega^{-1}$ .

1. Préciser  $1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4$ .
2. Déterminer une équation vérifiée par  $Z$ .
3. En déduire  $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ ,  $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$  et  $\tan\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ .