Colle du 15/01 - Sujet 1
Suites et matrices

Question de cours

1. Enoncer la formule du binôme de Newton pour les matrices.
2. Démontrer l'unicité de la limite d'une suite convergente.

Exercice 1. Etudier la monotonie puis la convergence de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $u_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{kn}$.

Exercice 2. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & j & j^2 \\ 1 & j^2 & j \end{pmatrix}$. Déterminer les puissances de A. La matrice A est-elle inversible ? Si oui calculer son inverse.

Colle du 15/01 - Sujet 2
Suites et matrices

Question de cours

1. Que dire d'une suite extraite ?
2. Montrer que le produit de deux matrices triangulaires est triangulaire.

Exercice 1. On pose $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$. Calculer les puissances de A et de B. Ces matrices sont-elles inversibles ?

Exercice 2. On définit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $u_0 = 32$, $u_1 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = \frac{u_n^6}{u_{n+1}}$.

1. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est bien définie.
2. Déterminer une expression explicite de u_n en fonction de n.

Colle du 15/01 - Sujet 3
Suites et matrices

Question de cours

1. Donner les coefficients de la matrice produit.
2. Montrer que $AI_n = I_nA = \dots$.

Exercice 1. Soient $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ *(A comme Attila car c'est la matrice des Huns...)* et $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Calculer les puissances de A et en déduire les puissances de B.

Exercice 2. Etudier la monotonie puis la convergence de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $u_n = \displaystyle\prod_{k=1}^{n} \frac{2k-1}{2k}$.