

Interrogation 01 Logique et raisonnement

Nom/Prénom :

Note :

1. Compléter le plus précisément possible avec les symboles \Rightarrow , \Leftarrow , \Leftrightarrow ou \times (lorsqu'aucun des précédents symboles ne fonctionne) les phrases suivantes. Soient $t \in \mathbb{R}$, $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, $(x, y) \in (\mathbb{R}_+^*)^2$, $p \in \mathbb{Z}$ et $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.

1.1 $(t^3 = 27)$ $(t = 3)$.

1.2 $(a^2 + b^2 = 2)$ $\begin{cases} a \in \{-1; 1\} \\ b \in \{-1; 1\} \end{cases}$

1.3 $(x = y)$ $(p \ln(x) - \ln(y^p) = 0)$.

1.4 $(f \text{ est croissante sur } \mathbb{R})$ $(f \text{ est dérivable sur } \mathbb{R})$.

2. Soit $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ une fonction définie sur \mathbb{R} et continue sur \mathbb{R}^* . Enoncer la réciproque, la contraposée et la négation de l'implication suivante :

$$[(\exists T \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}_+, f(x+T) = f(x)) \text{ ET } (\forall x \in \mathbb{R}_-, f(x) = 0)] \Rightarrow [\exists M \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \leq M].$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Soit $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$. Ecrire avec un ou des quantificateurs le fait que f ne s'annule pas sur $[0; 1]$ puis sa négation.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + (n + 1) n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $\sqrt{2x^2 + x - 1} = x + 1$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....