

**Interrogation 18**  
**Polynômes**

**Nom/Prénom :**

**Note :**

1. (a) Énoncer la formule de Leibniz pour les polynômes.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

(b) Énoncer le théorème de la division euclidienne pour les polynômes.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

(c) À l'aide des opérations élémentaires donner la caractérisation de l'inversibilité d'une matrice.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2. (a) Soient  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $P = \sum_{k=1}^n \frac{X^k}{k}$  et  $Q = X^2 P'' + nP$ . Déterminer en justifiant le degré de  $Q$ .

*Attention, il traine un cas particulier.*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(b) Soient  $P = \frac{X^3}{3} + \frac{X^2}{2} + X$  et  $Q = X + 1$ . Calculer  $P \circ Q$  et  $Q \circ P$  et préciser leurs degrés.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Déterminer tous les polynômes de  $\mathbb{R}[X]$  vérifiant  $(X + 1) P' = 2P$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Factoriser dans  $\mathbb{R}[X]$  le polynôme  $P = X^4 + 3X^3 - X^2 - 8X - 4$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. On pose pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $u_n = \left[ n^2 \sin\left(\frac{1}{n}\right) - n \cos\left(\frac{1}{n}\right) \right] + i \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$ . Déterminer, si elle existe, la limite de la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....