

**Interrogation 19**  
**Espaces vectoriels**

**Nom/Prénom :**

**Note :**

1. (a) Définir et caractériser deux espaces en somme directe.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

- (b) Définir et caractériser deux espaces supplémentaires.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

- (c) Enumérer les opérations qu'il est possible de faire sur les équivalents et celles que l'on sait fausses en général.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2. Soit  $E = \{ f \in \mathcal{C}^3(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \mid f^{(3)} = f \}$ . Démontrer si  $E$  est un espace vectoriel ou non.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3. Soient  $F = \text{Vect}_{\mathbb{R}}(1, X^2)$  et  $G = \{ P \in \mathbb{R}_2[X] \mid P(1) = P(-1) = 0 \}$ . Calculer  $F + G$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

4. Montrer que  $F = \text{Vect} \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$  et  $G = \text{Vect} \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$  sont supplémentaires dans  $E = \mathbb{R}^4$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Déterminer la multiplicité de 2 pour le polynôme  $P = X^4 - 3X^3 - 6X^2 + 28X - 24$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....