

Interrogation 24

Applications linéaires I

Nom/Prénom :

Note :

1. (a) Définir et caractériser une projection.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (b) Définir les termes suivants : isomorphismes, endomorphismes, automorphismes.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (c) Énoncer les deux relations entre les racines et les coefficients d'un polynôme.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. L'application $f : \begin{matrix} \mathbb{R}_2[X] & \rightarrow & \mathbb{R}^3 \\ P & \mapsto & (P(0), P'(1), P''(2)) \end{matrix}$ est-elle linéaire ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Soit $f : \begin{matrix} \mathbb{R}_2[X] & \rightarrow & \mathbb{R}_2[X] \\ P & \mapsto & (X^2 - 1) P'' - 2P \end{matrix}$. On admet que f est un endomorphisme. Calculer le noyau de f et préciser si f est injective ou non.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Soient $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & 3 \\ 2 & 0 & -5 & 4 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ et $\varphi : \begin{matrix} \mathbb{R}^4 & \mapsto & \mathbb{R}^3 \\ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} & \rightarrow & A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} \end{matrix}$. On admet que φ est linéaire. Déterminer $\text{Im}(\varphi)$.

L'application φ est-elle surjective ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. Déterminer suivant les valeurs de α la nature de $\sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{\arctan(n^\alpha)}{\sqrt{n^3+1}}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....