# Interrogation 28
# Représentation matricielle

## Nom/Prénom :

## Note :

1. (a) Donner la matrice d'une composition.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(b) Caractériser l'inversibilité d'une matrice.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(c) Enoncer le théorème fondamental de l'arithmétique.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Soient $f : \begin{array}{rcl} \mathbb{R}_2[X] & \to & \mathbb{R}_2[X] \\ P & \mapsto & P(1)X^2 + P'(1)X + P''(1) \end{array}$ et $\mathscr{C} = \left(1, X, X^2\right)$ la base canonique de $\mathbb{R}_2[X]$. Calculer $\mathrm{mat}_{\mathscr{C}}(f)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Soit $\mathscr{C}$ la base canonique de $\mathbb{R}^2$, $e_1 = (3,1)$, $e_2 = (-2,5)$, $\mathscr{B}_1 = (e_1, e_2)$, $e'_1 = (2,1)$ et $e'_2 = (1,-1)$ et $\mathscr{B}_2 = (e'_1, e'_2)$. Justifier que $\mathscr{B}_1$ et $\mathscr{B}_2$ sont deux bases de $\mathbb{R}^2$ et déterminer la matrice de passage de $\mathscr{B}_1$ à $\mathscr{B}_2$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. On considère $f \in \mathscr{L}\left(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3\right)$ définit pour tout $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ par

$$f(x, y, z) = \left(\frac{1}{3}(x - 2y - 6z), \frac{1}{3}(-x + 2y - 3z), \frac{1}{3}(-x - y)\right).$$

On note $\mathscr{C}$ la base canonique de $\mathbb{R}^3$, et $\mathscr{B} = ((1, -1, 0), (3, 0, -1), (2, 1, 1))$. On admet que $\mathscr{B}$ est une base de $\mathbb{R}^3$. On donne $\mathrm{mat}_{\mathscr{B}}(\mathscr{C}) = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. Déterminer $\mathrm{mat}_{\mathscr{B}}(f)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ et $f$ l'endomorphisme de $\mathbb{R}_2[X]$ canoniquement associé à $A$. Déterminer $\mathrm{Im}(A)$ et en déduire $\mathrm{rg}(A)$ et $\mathrm{Ker}(A)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....