

Interrogation 29

Couples de variables aléatoires

Nom/Prénom :

Note :

1. (a) Définir la loi conditionnelle de X sachant $Y = y$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (b) Que dire de l'espérance, la variance et la fonction génératrice de deux variables indépendantes ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (c) Caractériser l'injectivité et la surjectivité d'une application linéaire.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Euler va au cinéma avec 4 de ses amis. Quatre films sont à l'affiche. On suppose que les cinq compagnons choisissent uniformément et indépendamment les uns des autres le film qu'ils vont visionner. On note X le nombre de personnes ayant choisi le film 1. Reconnaître la loi de X et préciser la probabilité que 2 personnes exactement aient choisi le film 1.

[illegible]

3. On pioche successivement et sans remise deux jetons dans une urne contenant des jetons numérotés de 1 à 4. On note X le numéro du premier jeton obtenu et Y la variable aléatoire valant 1 si le numéro du second jeton pioché est supérieur au numéro du premier jeton et 0 sinon. Calculer $\mathbb{P}((X = 2) \cap (Y = 1))$ puis sans justification, donner la loi de (X, Y) .

[illegible]

4. Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $X_n \sim \mathcal{B}(n, \frac{1}{2})$. On pose $Y_n = e^{-X_n}$. Calculer $\mathbb{E}(Y_n)$ et en déduire pour tout $M \in \mathbb{R}_+^*$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathbb{P}(Y_n > M)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Une urne contient 8 boules vertes et 2 boules rouges. On tire avec remise et de façon indépendante 6 boules. A chaque tirage, le joueur gagne 2 euros si la boule est verte et perd 3 euros sinon. On note X le nombre de boules vertes obtenues et Y le gain du joueur. Exprimer Y en fonction de X et en déduire l'espérance et la variance de Y .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....