Interrogation 3
Bijections

Nom/Prénom :

Note :

1. (a) Définir une fonction surjective.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(b) Enoncer le théorème de la bijection (version 2).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Soit $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}_+ \\ x & \mapsto & \ln\left(x^2+1\right) \end{array}$. Déterminer $f([-3;1])$ et $f^{\leftarrow}([\ln(5);2])$. Puis préciser si f est injective, surjective et/ou bijective.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Montrer que $f : x \mapsto x\,\mathrm{e}^{x^2}$ définit une bijection de $\mathbb{R}$ dans un ensemble J à déterminer puis montrer que f^{-1} est dérivable sur J et établir une expression de $\left(f^{-1}\right)'$ en fonction de f^{-1}.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Préciser le comportement asymptotique en $+\infty$ de $f : x \mapsto \frac{x\,\mathrm{e}^x + 3x^3 + 5x}{x^2 + 2 + 3\,\mathrm{e}^x}$.

5. Comparer au voisinage de $+\infty$ les fonctions $f : x \mapsto \mathrm{e}^{3+\ln(7x)}$ et $g : x \mapsto 8x^{3/2} + 1$.