Interrogation 13.5 d'entrainement
Systèmes linéaires
Négligeabilité - Equivalents

1. **Savoir appliquer l'algorithme de Gauss-Jordan sur un système.**

   3.1 Résoudre le système $(\mathcal{S})$: $\begin{cases} 2x - y + 3z = 1 \\ -4x + 2y + z = 3 \\ -2x + y + 4z = 4 \\ 10x - 5y - 6z = -10 \end{cases}$

   3.2 Résoudre le système $(\mathcal{S})$: $\begin{cases} 2x + y - 4z = 8 \\ 3x + 3y - 5z = 14 \\ 4x + 5y - 2z = 16 \end{cases}$

   3.3 Résoudre le système $(\mathcal{S})$: $\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 3y - z = 0 \\ 3x + y + 2z = 0 \end{cases}$

   3.4 Résoudre le système $(\mathcal{S})$: $\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ 3x - y - 2z = 0 \\ x + y - z = -2 \\ x + 2y + z = 1 \end{cases}$

   3.5 Résoudre le système $(\mathcal{S}_{10})$: $\begin{cases} 3x + 6y + 5z + 6t + 4u = 14 \\ 5x + 9y + 7z + 8t + 6u = 18 \\ 6x + 12y + 13z + 9t + 7u = 32 \\ 4x + 6y + 6z + 5t + 4u = 16 \\ 2x + 5y + 4z + 5t + 3u = 11 \end{cases}$ *Héhéhé...*

2. **Savoir appliquer l'algorithme de Gauss-Jordan sur une matrice.**

   4.1 Echelonner la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

   4.2 Echelonner la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

   4.3 Echelonner la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 2 & 5 \\ -2 & 1 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

   4.4 Echelonner la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & -3 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

   4.5 Echelonner la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -7 & -7 & 2 \\ 0 & 4 & -6 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

   4.6 Echelonner la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. **Simplifier un petit o.** Sans justification ou démonstration, simplifier au maximum l'expression donnée.

2.1 $o\left(x^5+x^2\right)+xo\left(3\right)+\left(o\left(x^2\right)\right)^3 \underset{x\to+\infty}{=} ?$

2.2 $o\left(7\sqrt{x}+\sin(x)-x^2\ln(x)\right) \underset{x\to0}{=} ?$

2.3 $\frac{1}{x^5}+o\left(\frac{1}{x^2}\right)+\sin(x)o\left(\frac{1}{x^3}\right)+o\left(\frac{1}{x^4\ln(x)}\right) \underset{x\to+\infty}{=} ?$

2.4 $o\left(x^x\right)+2^xo\left(3^x\right)-10^{10}o\left(\frac{x^3}{\ln(x)}\right) \underset{x\to+\infty}{=} ?$

2.5 $9x+o\left(x^3\right)+2019\sqrt{x}+o\left(\ln^5(x)\right) \underset{x\to+\infty}{=} ?$

2.6 $o\left(\arcsin\left(x^2\right)+3\ln(x)+o\left(1\right)x\right) \underset{x\to1}{=} ?$

2.7 $o\left(\ln\left(1+o\left(x\right)\right)+x^2\right)+o\left(\left(|\sin\left(x\right)|\right)^{3/2}\right) \underset{x\to0}{=} ?$

2.8 $o\left(1\right)o\left(x^3\right)+o\left(x^{1/3}\right)o\left(\sqrt{x}\right)+o\left(x\ln(x)\right) \underset{x\to0}{=} ?$

2.9 $o\left(\arcsin\left(x-\frac{x^2}{3}+o\left(x^2\right)\right)\right)o\left(\cos(x)\right) \underset{x\to0}{=} ?$

2.10 $o\left(\sum_{k=1}^{n}x^k\ln^{n-k}(x)\right) \underset{x\to+\infty}{=} ?$

2.11 $o\left(\mathrm{e}^{o\left(\frac{1}{x^4}\right)+\left(o\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2o\left(\ln^3(x)\right)}\right) \underset{x\to+\infty}{=} ?$

2.12 $o\left(\frac{1}{x\ln^3(x)}+\frac{1}{x}o\left(\frac{1}{\ln(x^3)}\right)\right)+\left(o\left(\frac{1}{x}\right)\right)^3\ln(x) \underset{x\to+\infty}{=} ?$

2.13 $o\left[\ln\left(1+\frac{1}{n^2}\right)n+o\left(\tan\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right)o\left(\sqrt[3]{\frac{1}{n^6+2}}\right)\right] \underset{n\to+\infty}{=} ?$

2.14 $o\left(3\sin^2(x)\right)+\cos(x)o\left(x^3\right)+o\left(\ln\left(x+1\right)\right)+o\left(\ln\left(1-x\right)\right) \underset{x\to0}{=} ?$

2.15 $o\left(\left(\mathrm{e}^{5n}\right)^2+\frac{n!}{n^3}+n^2\ln^5(n)\right)+o\left(\mathrm{sh}(n)\right)o\left(\mathrm{ch}(n)\right) \underset{n\to+\infty}{=} ?$

2.16 $o\left(\sin\left(\frac{1}{n^2}\right)\right)-\sin^2\left(o\left(\frac{1}{n}\right)\right)+\sin\left(\left(o\left(\frac{1}{n}\right)\right)^2\right) \underset{n\to+\infty}{=} ?$

2.17 $o\left(\ln(x)\right)o\left(\frac{1}{\arcsin\left(\frac{1}{x}\right)}\right)-5o\left(x^2\right)o\left(\frac{1}{\ln^3(x)}\right)+\left(o\left(\arctan\left(\sqrt{x}\right)\right)\right)^4 \underset{x\to+\infty}{=} ?$

2.18 $o\left(\sqrt{n!+3^n+n^n}\right)o\left(\arcsin\left(\frac{1}{n^2}\right)+\ln\left(\frac{1}{n}\right)\right) \underset{n\to+\infty}{=} ?$

2.19 $o\left(o\left[o\left(\ln^3(x)\right)x^2+\tan\left(3x^2\right)+o\left(x\right)o\left(\sqrt{x}\right)\right]\right) \underset{x\to0}{=} ?$

2.20 $o\left(\left(x-2\right)^2\right)\sqrt{o\left(\mathrm{sh}\left(x-2\right)\right)}+\sqrt{x-2}\,\mathrm{e}^{x-2}\,o\left(4\right) \underset{x\to2}{=} ?$

4. **Déterminer un équivalent.** Sans justification ou démonstration, donner un équivalent le plus simple possible.

2.1 $\frac{\cos(x)-\sqrt{1+x^2}}{x^2} \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.2 $\frac{x^3\arctan(x)-x^4}{\cos(x^2)-1} \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.3 $\frac{\sin(x)-\ln(1+x)}{x\tan(x)} \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.4 $5^x-1 \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.5 $\frac{\arctan(x)-\sin(x)}{\mathrm{sh}(x)} \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.6 $\mathrm{e}^{\cos(x)} \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.7 $\left(\sin(x)+x\right)^3 \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.8 $\arcsin(x)\sqrt{1+x}-\mathrm{e}^x\ln\left(1+x^2\right) \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.9 $\frac{\sqrt{1+2x}-\cos(x)}{x} \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.10 $\mathrm{ch}(x)-\left(1+3x\right)^5 \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.11 $\mathrm{sh}\left(\mathrm{e}^{3x}\right) \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.12 $\arctan\left(\mathrm{sh}(x)\right) \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.13 $\arctan\left(\mathrm{ch}(x)\right) \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.14 $\frac{\ln(\cos(2x))}{\ln(\cos(3x))} \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.15 $\left(\ln\left(1+x\right)-x\right)^2 \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.16 $\frac{\mathrm{ch}(x)-\cos(x)}{1+x\arctan(x^2)-\sqrt{1+x^3}} \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.17 $\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}} \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.18 $\frac{\mathrm{e}^x-1-x}{\ln(1+x)} \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.19 $\ln\left(1+x^2\right)-\arctan\left(x^2\right) \underset{x\to0}{\sim} ?$

2.20 $\ln\left(1+\sin(x)\right) \underset{x\to0}{\sim} ?$