

Interrogation 2 d'entraînement Fonctions réelles

1. Restituer le cours.

- 1.1 Définir l'image et l'image réciproque d'un ensemble par une fonction.
- 1.2 Comment obtient-on le graphe de $g_1 : x \mapsto f(x) + a$? de $g_2 : x \mapsto f(x + a)$? de $g_3 : x \mapsto af(x)$? de $g_4 : x \mapsto f(ax)$?
- 1.3 Définir une fonction paire ou impaire. Que dire de son graphe?
- 1.4 Définir une fonction croissante et une fonction strictement décroissante.
- 1.5 Définir une fonction majorée, minorée, bornée. Caractériser par la valeur absolue le fait qu'une fonction soit bornée.
- 1.6 Définir une fonction continue en a .
- 1.7 Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires.
- 1.8 Définir une fonction dérivable en a . Quel est le lien entre continuité et dérivabilité?

2. Déterminer l'ensemble de définition et la parité d'une fonction.

- 2.1 Soit $f : x \mapsto \frac{2 \ln(x^2 - 5)}{\tan(3x)}$. Déterminer l'ensemble de définition de f ainsi que sa parité.
- 2.2 Soit $f : x \mapsto \frac{7x^3 - 3x + 1}{x^4 + x^2 + 1}$. Déterminer l'ensemble de définition de f ainsi que sa parité.
- 2.3 Soit $f : x \mapsto \frac{e^{3x^3 + 1} + e^{-3x^3 + 1}}{\sin(2x)}$. Déterminer l'ensemble de définition de f ainsi que sa parité.
- 2.4 Soit $f : x \mapsto \frac{3|x|^3 + \cos(6x)}{\cos(2x)}$. Déterminer l'ensemble de définition de f ainsi que sa parité.
- 2.5 Soit $f : x \mapsto \ln(|x + 2| - (x + 3))$. Déterminer l'ensemble de définition de f ainsi que sa parité.

3. Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires ou le théorème de la bijection.

- 3.1 Montrer que l'équation $\sin(4x) + 5x^2 = 2$ admet une solution sur $[0; \frac{\pi}{2}]$.
- 3.2 Montrer que l'équation $(\frac{1}{5\sqrt{x+3}})^2 = \frac{1}{10}$ admet une solution sur $[0; +\infty[$.
- 3.3 Montrer que l'équation $4 \tan(\frac{x}{2}) = 2019$ admet une solution sur $[0; +\infty[$.
- 3.4 Montrer que l'équation $\frac{e^x}{x^2 - 1} = 4$ admet une unique solution sur $[3; +\infty[$.
- 3.5 Montrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $x > \ln(x)$. Puis montrer que l'équation $\frac{\ln(x)}{x - \ln(x)} = 1$ admet une unique solution sur $[1; e]$.

4. Tableau de variations.

- 4.1 Donner le tableau de variations de $f : x \mapsto x^2 e^x$ sur son domaine de définition.
- 4.2 Donner le tableau de variations de $f : x \mapsto \frac{x}{\ln(x)}$ sur son domaine de définition.
- 4.3 Donner le tableau de variations de $f : x \mapsto \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 + 5$ sur son domaine de définition.
- 4.4 Donner le tableau de variations de $f : x \mapsto \cos^3(x) \sin^3(x)$ sur $[0; \frac{\pi}{2}]$.
- 4.5 Donner le tableau de variations de $f : x \mapsto \frac{x^2 + 3}{x^2 - 2x - 3}$ sur son domaine de définition restreint à \mathbb{R}_+ .

5. Dérivée n -ième.

- 5.1 Pour tout $n \in \mathbb{N}$, déterminer la dérivée n -ième de $f : x \mapsto \ln(x)$.
- 5.2 Pour tout $n \in \mathbb{N}$, déterminer la dérivée n -ième de $f : x \mapsto \sqrt{x}$.
- 5.3 Pour tout $n \in \mathbb{N}$, déterminer la dérivée n -ième de $f : x \mapsto \cos^2(x) - \sin^2(x)$.
- 5.4 Pour tout $n \in \mathbb{N}$, déterminer la dérivée n -ième de $f : x \mapsto x^2 e^x$.
- 5.5 Pour tout $n \in \mathbb{N}$, déterminer la dérivée n -ième de $f : x \mapsto x \cos(x)$.