

Interrogation 5 d'entraînement Nombres complexes

1. Restituer le cours.

- 1.0 Réviser les formules de développement, linéarisation et factorisation de trigonométrie.
- 1.1 Exprimer la partie réelle, la partie imaginaire et le module en fonction du conjugué.
- 1.2 Énoncer la formule donnant le carré du module d'une somme.
- 1.3 Énoncer les inégalités triangulaires.
- 1.4 Énoncer les formules d'Euler.
- 1.5 Énoncer la formule de Moivre.

2. Calculs de complexes.

- 2.1 Déterminer la forme algébrique de $z = \frac{(5-i)(2-3i)}{(1+i)(1-2i)}$.
- 2.2 Déterminer la forme algébrique de $z = \left(e^{i\frac{2\pi}{3}} - 1\right)^{15}$.
- 2.3 Déterminer la forme algébrique de $z = (3 - 2i)^4$.
- 2.4 Déterminer la forme algébrique de $z = \sqrt{2} e^{i\frac{2024\pi}{4}}$.
- 2.5 Déterminer la forme algébrique de $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{188}$.

3. Applications de la formule d'Euler et de la formule de Moivre.

- 3.1 Soit $x \in \mathbb{R}$. En utilisant les complexes, linéariser $\sin^4(x)$.
- 3.2 Soit $x \in \mathbb{R}$. En utilisant les complexes, linéariser $\cos^3(x) \sin^2(x)$.
- 3.3 Soit $x \in \mathbb{R}$. En utilisant les complexes, développer $\cos(5x)$.
- 3.4 Soit $x \in \mathbb{R}$. En utilisant les complexes, développer $\sin(4x)$.
- 3.5 Soit $x \in \mathbb{R}$. Factoriser $e^{ix} + e^{3ix} - 2 \cos(x) e^{11ix}$.
- 3.6 Soient $x \in \mathbb{R}$ et $z = e^{ix}$. Factoriser $z^2 + \bar{z}^4$.

4. Equations complexes.

- 4.1 Déterminer l'ensemble des complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que $\frac{1-iz}{1+iz} \in \mathbb{R}$.
- 4.2 Déterminer l'ensemble des complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que $\frac{1-iz}{1+iz} \in i\mathbb{R}$.
- 4.3 Déterminer l'ensemble des complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que $\frac{1-iz}{1+iz} \in \mathbb{U}$.
- 4.4 Déterminer l'ensemble des complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que $\frac{z-i}{z+1} \in \mathbb{R}$.
- 4.5 Déterminer l'ensemble des complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que $\frac{z-2i}{z+2} \in \mathbb{R}$.

Attention plus dur, ne tournez pas trop en rond...

- 4.6 Déterminer l'ensemble des complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que $\left|\frac{1-iz}{1+iz}\right| = \sqrt{2}$.
- 4.7 Déterminer l'ensemble des complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que $\frac{z-i}{z+1} \in i\mathbb{R}$.
- 4.8 Déterminer l'ensemble des complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que $\frac{z-2i}{z+2} \in i\mathbb{R}$.

5. Inéquations trigonométriques.

- 5.1 Déterminer l'ensemble des réels $x \in [0; \pi]$ tels que $\cos(x) - \cos(3x) \leq \sqrt{3} \sin(x)$.
- 5.2 Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $\cos^2(x) > \frac{1}{2}$.
- 5.3 Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $\tan^2(x) - 1 \geq 0$.
- 5.4 Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $\cos(3x) + \sin(3x) > \sqrt{2}$.
- 5.5 Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $\cos^2(x) + 4 \sin(x) \cos(x) - 3 \sin^2(x) < \sqrt{2} - 1$.