

Interrogation 7 d'entraînement

Fonctions usuelles

1. Restituer le cours.

- 1.1 Tracer le graphe de la fonction exponentielle / logarithme / cosinus hyperbolique / sinus hyperbolique / arccosinus / arcsinus / arctan, y faire apparaître les valeurs remarquables, les tangentes remarquables, les asymptotes remarquables.
- 1.2 Énoncer la croissance comparée du logarithme en $+\infty$ /en 0, de l'exponentielle en $-\infty$ /en $+\infty$.
- 1.3 Donner le domaine de dérivabilité et la dérivée de la fonction exponentielle / logarithme / cosinus hyperbolique / sinus hyperbolique / arccosinus / arcsinus / arctan.
- 1.4 Énoncer la formule reliant les carrés des fonctions hyperboliques et celle sur arctan.

Révisions

- 1.5 Définir l'image et l'image réciproque d'un ensemble par une fonction.
- 1.6 Comment obtient-on le graphe de $g_1 : x \mapsto f(x) + a$? de $g_2 : x \mapsto f(x + a)$? de $g_3 : x \mapsto af(x)$? de $g_4 : x \mapsto f(ax)$?
- 1.7 Définir une fonction paire ou impaire. Que dire de son graphe?
- 1.8 Définir une fonction croissante et une fonction strictement décroissante.
- 1.9 Définir une fonction majorée, minorée, bornée. Caractériser par la valeur absolue le fait qu'une fonction soit bornée.
- 1.10 Définir une fonction continue en a .
- 1.11 Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires.
- 1.12 Définir une fonction dérivable en a . Quel est le lien entre continuité et dérivabilité?

2. Manipuler les fonctions logarithme et exponentielle.

- 2.1 Développer $\ln\left(\left(\sqrt{7}\right)^{3/2} \sqrt[5]{2}\right) + \ln\left(\left(\frac{16}{7^{1/3}}\right)^{3/4}\right)$.
- 2.2 Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Développer $\ln\left(\sum_{k=1}^n 3^k\right)$.
- 2.3 Déterminer l'ensemble de définition de $f : x \mapsto \ln(2) + \ln(\tan(x)) - \ln(1 + \tan(x)) - \ln(1 - \tan(x))$ puis factoriser $f(x)$.
- 2.4 Déterminer le domaine de définition de $f : x \mapsto \ln\left(\frac{(4x-1)^{1/3}}{\sin^2(x)}\right)$ puis développer $f(x)$.
- 2.5 Déterminer le domaine de définition de $f : x \mapsto \ln(\operatorname{ch}(2x) - 1)$ puis développer $f(x)$.
- 2.6 Calculer $(e^2)^{4\ln(2)} \left((e^{-3})^{\ln(2)}\right)^2$.
- 2.7 Soit $x \in \mathbb{R}$. Calculer $\frac{\left(e^{\cos^2(x)} \frac{1}{e^{-\sin^2(x)}}\right)^7}{(e^{3^2})^2}$.
- 2.8 Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer $\prod_{k=1}^n \frac{(e^{k^2}) (e^k)^2}{e^{-1}}$.
- 2.9 Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer $\prod_{k=1}^n \left(\frac{(e^{(k+1)^2})^3}{e^{3k^2}}\right)^{-2}$.

3. Dérivation.

- 3.1 Soient $a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$ et $f : x \mapsto \frac{\log_a(3x-1)}{2} \sqrt{x-5}$. Déterminer le domaine de dérivabilité de f puis dériver f .
- 3.2 Soient $a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$ et $f : x \mapsto \operatorname{ch}(2 \log_a(\operatorname{sh}(2x)))$. Déterminer le domaine de dérivabilité de f puis dériver f .
- 3.3 Soit $f : x \mapsto \arcsin\left(\frac{1}{1+x^2}\right)$. Déterminer le domaine de dérivabilité de f puis dériver f .
- 3.4 Soient $a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$ et $f : x \mapsto \arctan(2 \log_a(3x+4))$. Déterminer le domaine de dérivabilité de f puis dériver f .
- 3.5 Soit $f : x \mapsto \frac{\arcsin(x)}{\arccos(x)}$. Déterminer le domaine de dérivabilité de f puis dériver f .

4. Calcul de limite.

4.1 Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x \neq 0}} (1-x)^{1/x}$.

4.2 Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{2 \arccos(x^x - 1) - \pi}{x^x - 1}$.

4.3 Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1 - \cos(x^3 \ln(x))}{x^6 \ln^2(x)}$.

4.4 Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3+\log_2(x)}}{\arctan(x)x^2}$.

4.5 Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(x)}{\operatorname{sh}(x^3)}$.

4.6 Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{1}{x}\right)}{e^{\frac{1}{x^2}}}$.

5. Equations.

5.1 Résoudre dans \mathbb{R} , $2^{x+1} + 4^x = 15$.

5.2 Soit $a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$. Résoudre dans \mathbb{R} $\log_a(x) = \log_x(a)$.

5.3 Résoudre dans \mathbb{R} , $2^{x^2} = 3^{x^3}$.

5.4 Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $(\arcsin(x) - 5) \arcsin(x) = -4$.

5.5 Démontrer que l'équation $\arctan(x) + \arctan(x+1) = \frac{\pi}{4}$ admet au plus une solution et donner la valeur de l'unique réel possiblement solution.

5.6 Démontrer que l'équation $\arcsin(x) + \arcsin(x\sqrt{3}) = \frac{\pi}{2}$ admet au plus une solution et donner la valeur de l'unique réel possiblement solution.

5.7 Démontrer que l'équation $\arctan(3x) + \arctan(10x) = \frac{3\pi}{4}$ admet au plus une solution dans \mathbb{R} et préciser l'unique valeur du réel possiblement solution.

5.8 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E) : $\arctan(x) + \arctan(1-x) = \frac{\pi}{4}$.