

## Interrogation de révision 03

### d'entraînement

### Fonctions usuelles et équations complexes

#### 1. Restituer le cours : fonctions usuelles.

- 1.1 Tracer le graphe de la fonction exponentielle / logarithme / cosinus hyperbolique / sinus hyperbolique / arccosinus / arcsinus / arctan, y faire apparaître les valeurs remarquables, les tangentes remarquables, les asymptotes remarquables.
- 1.2 Énoncer la croissance comparée du logarithme en  $+\infty$ /en 0, de l'exponentielle en  $-\infty$ /en  $+\infty$ .
- 1.3 Donner le domaine de dérivabilité et la dérivée de la fonction exponentielle / logarithme / cosinus hyperbolique / sinus hyperbolique / arccosinus / arcsinus / arctan.
- 1.4 Énoncer la formule reliant les carrés des fonctions hyperboliques et celle sur arctan.

#### 2. Restituer le cours : équations complexes.

- 2.1 Énoncer la proposition retournant les racines carrées d'un complexe.
- 2.2 Donner les racines d'un trinôme. On veillera à bien définir toutes les quantités.
- 2.3 Énoncer la proposition reliant les coefficients d'un trinôme à ses racines.
- 2.4 Définir l'ensemble des racines  $n$ -ièmes de l'unité. Que dire du produit de deux racines  $n$ -ième de l'unité? de l'inverse d'une racine  $n$ -ième de l'unité? de son conjugué?
- 2.5 Caractériser l'ensemble des racines  $n$ -ièmes de l'unité.
- 2.6 Définir  $j$ . Que vaut  $j^2$ ?  $j^3$ ?  $1 + j + j^2$ ?
- 2.7 Caractériser les racines  $n$ -ièmes de l'unité par une somme.
- 2.8 Énoncer la propriété donnant les racines  $n$ -ièmes d'un complexe quelconque.

#### 3. Equations.

- 3.1 Résoudre dans  $\mathbb{R}$ ,  $2^{x+1} + 4^x = 15$ .
- 3.2 Soit  $a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$ . Résoudre dans  $\mathbb{R}$   $\log_a(x) = \log_x(a)$ .
- 3.3 Résoudre dans  $\mathbb{R}$ ,  $2^{x^2} = 3^{x^3}$ .
- 3.4 Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation  $(\arcsin(x) - 5) \arcsin(x) = -4$ .
- 3.5 Démontrer que l'équation  $\arctan(x) + \arctan(x+1) = \frac{\pi}{4}$  admet au plus une solution et donner la valeur de l'unique réel possiblement solution.
- 3.6 Démontrer que l'équation  $\arcsin(x) + \arcsin(x\sqrt{3}) = \frac{\pi}{2}$  admet au plus une solution et donner la valeur de l'unique réel possiblement solution.
- 3.7 Démontrer que l'équation  $\arctan(3x) + \arctan(10x) = \frac{3\pi}{4}$  admet au plus une solution dans  $\mathbb{R}$  et préciser l'unique valeur du réel possiblement solution.
- 3.8 Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation (E) :  $\arctan(x) + \arctan(1-x) = \frac{\pi}{4}$ .

#### 4. Equations complexes du second degré.

- 5.1 Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 - 5z + 7 + i = 0$ .
- 5.2 Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 - (1 + 2i)z + i - 1 = 0$ .
- 5.3 Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^4 + 4z^2 + 5 = 0$ .
- 5.4 Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 - (1 + 3i)z + 4 + 4i = 0$ .
- 5.5 Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 - 2(2 + i)z + 6 + 8i = 0$ .