

## Interrogation de révision 06 d'entraînement Matrices et analyse asymptotique

### 1. Restituer le cours : matrices

- 1.1 Énoncer la propriété donnant la transposée du produit.
- 1.2 Définir une matrice symétrique/antisymétrique.
- 1.3 Énoncer les opérations élémentaires.
- 1.4 A l'aide des opérations élémentaires donner la caractérisation de l'inversibilité d'une matrice.
- 1.5 Énoncer la proposition reliant l'équivalence et la négligeabilité entre deux fonctions (Prop II.3).
- 1.6 Si deux fonctions sont équivalentes, que dire de leur comportement asymptotique ? (Prop II.4)
- 1.7 Enumérer les opérations qu'il est possible de faire sur les équivalents et celles que l'on sait fausses en général.

### 2. Restituer le cours : analyse asymptotique

- 2.1 Enumérer les opérations qu'il est possible de faire sur les équivalents et celles que l'on sait fausses en général.
- 2.2 Énoncer le théorème d'encadrement des équivalents.
- 2.3 Donner une condition nécessaire à l'existence d'un développement limité à l'ordre  $n$ . Préciser le cas  $n = 0$  et  $n = 1$ .
- 2.4 Énoncer l'unicité du développement limité.
- 2.5 Énoncer la propriété permettant de primitiver un développement limité.
- 2.6 Énoncer la formule de Taylor-Young.

### 3. Puissances d'une matrice

- 3.1 Soit  $\theta \in \mathbb{R}$ . On pose  $A(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$ . Calculer pour tout  $p \in \mathbb{N}$ ,  $A(\theta)^p$ .
- 3.2 On pose  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ i & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ . Calculer pour tout  $p \in \mathbb{N}$ ,  $A^p$ .
- 3.3 On pose  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Calculer pour tout  $p \in \mathbb{N}$ ,  $A^p$ .
- 3.4 Soit  $B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  telle que  $B^2 = B$ . On pose  $A = 2I_n - B$ , calculer pour tout  $p \in \mathbb{N}$ ,  $A^p$ .
- 3.5 Soit  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Calculer pour tout  $p \in \mathbb{N}$ ,  $A^p$ .

### 4. Calculer un DL

- 5.1 Calculer un développement à l'ordre 3 en 0 de  $f : x \mapsto \frac{e^x - 1}{\sqrt{1+x}}$ .
- 5.2 Calculer un développement à l'ordre 6 en 0 de  $f : x \mapsto (\operatorname{ch}(x) - \cos(x))(\operatorname{sh}(x) - \sin(x))$ .
- 5.3 Calculer un développement à l'ordre 4 en  $+\infty$  de  $f : x \mapsto \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{2+x}$ .
- 5.4 Calculer un développement à l'ordre 2 en  $\frac{\pi}{4}$  de  $f : x \mapsto e^x \cos(x)$ .
- 5.5 Calculer un développement à l'ordre 3 en 0 de  $f : x \mapsto \frac{\cos(x) - 1}{(1+x)^2}$ .