# Révision Automne 02
## Trigonométrie

1- Factoriser $\cos(2x) - \sin(2x)$

Soit $x \in \mathbb{R}$

$$\cos(2x) - \sin(2x) = \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x\right)$$ ✓

$$= \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}\cos 2x - \sin\frac{\pi}{4}\sin 2x\right)$$ ✓

$$\boxed{\cos(2x) - \sin(2x) = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right)}$$

Bien.

2- Déduisons l'ensemble des réels $x$ vérifiant l'inéquation :

Soit $x \in \mathbb{R}$

$$\cos^2(x) - 2\sin(x)\cos(x) - \sin^2(x) \geq -1$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\cos^2(x) - \sin^2(x)} - \underbrace{2\sin(x)\cos(x)} \geq -1$$

Oui !

$$\Leftrightarrow \cos(2x) - \sin(2x) \geq -1$$

or $\cos(2x) - \sin(2x) = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right)$ d'après la question précédente

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) \geq -1$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) \geq -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

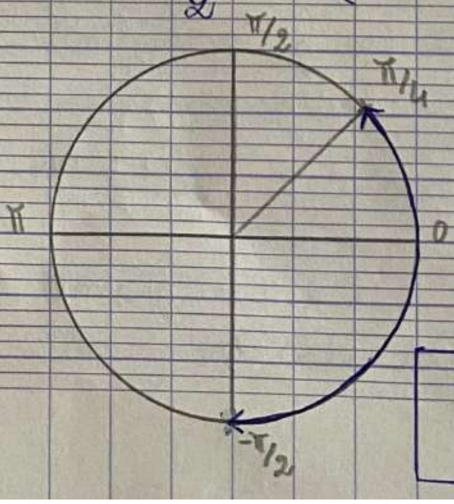
$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) \geq \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$$ ✓

$$\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z},\ -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k \leq \frac{\pi}{4} + 2x \leq \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$$

Très bien

$$\Leftrightarrow^{\exists k} -\pi + 2k\pi \leq 2x \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\Leftrightarrow^{\exists k} -\frac{\pi}{2} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{4} + k\pi$$




Conclusion :

Très bien !

$$\boxed{S = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[-\frac{\pi}{2} + k\pi ; \frac{\pi}{4} + k\pi\right]}$$