Exercice Automne 04
Fonctions Usuelles :

① Soit $x \in \mathbb{R}$; $f(x)$ existe $\Leftrightarrow -1 < x < 1$ et $-1 < 2x < 1$

$\Leftrightarrow -1 < x < 1$ et $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x \in \left]-\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right[$

donc : est

$\boxed{f \text{ définit sur } \left]-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right[}$

② on a : $x \longmapsto \arccos(x)$ définie sur $]-1; 1[$

avec : $\arccos(-1) = \arccos(\cos(\pi)) = \pi$

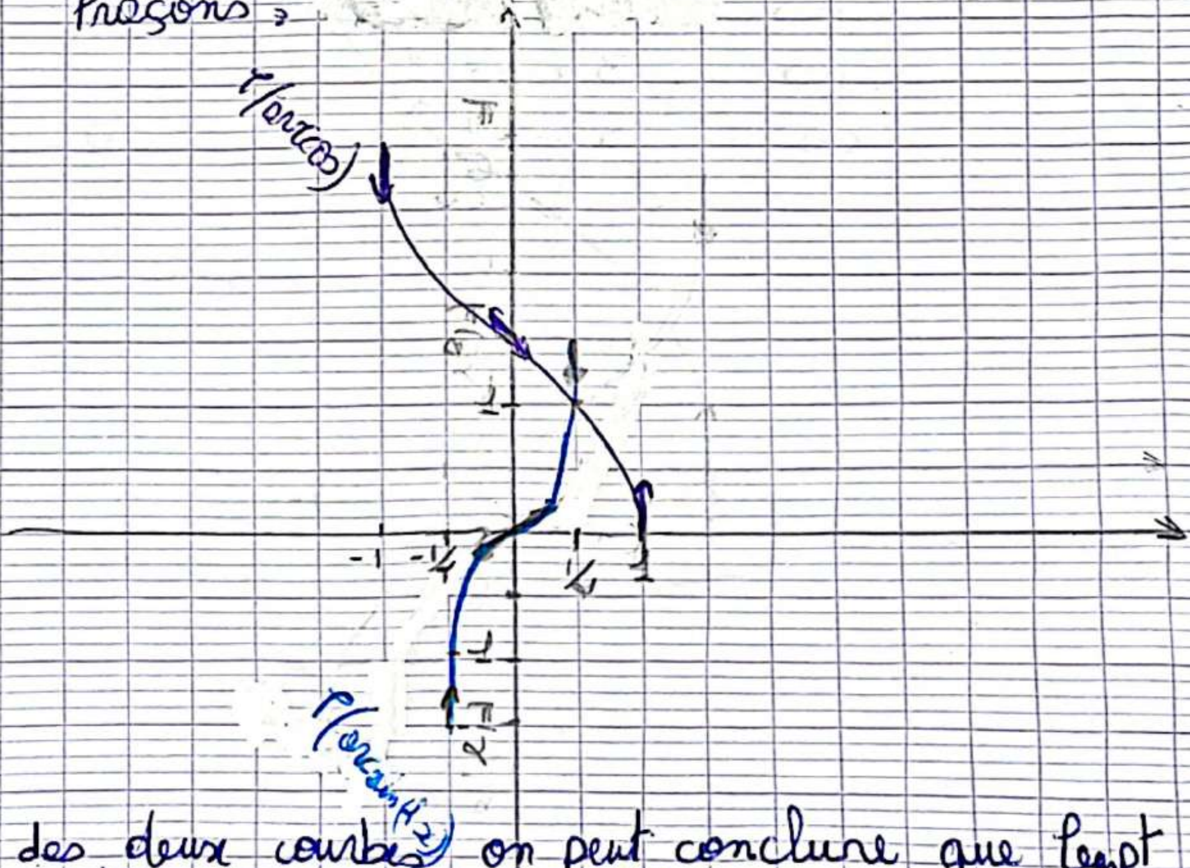
donc :

$\boxed{\text{le minorant simple de arccos est } \pi}$ Non à revoir.

③ Si on a : x solution de (E)

donc : $\arccos(x) = \arcsin(2x)$ est vraie

traçons :



des deux courbes on peut conclure que le pt d'intersection (qui est solution de x) $\in \left[0, \frac{1}{2}\right]$

Un dessin n'est jamais une preuve !

Conclusion :

$\boxed{\text{Si } x \text{ est solution de } (E) \,;\ x \in [0;\tfrac{1}{2}]}$

(4) on a : $\arccos(\cancel{x})$ continue et strictement décroissante sur $[0, \frac{1}{2}] \subseteq]-1;1[$ ✓

et on a : $\arcsin(\cancel{2x})$ continue et strictement croissante sur $]-\frac{1}{2};\frac{1}{2}[$ d'après qst (1)

donc sur $[0;\frac{1}{2}] \subseteq]-\frac{1}{2};\frac{1}{2}[$ Faux.

et D'après la question précédente $\arccos(x)$ et $\arcsin(2x)$ se croisent en un point appartenant à $[0;\frac{1}{2}]$

donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires

$\boxed{\exists c \in [0;\tfrac{1}{2}] \,;\ \arccos(c) = \arcsin(2c)}$

Pas clair, à revoir.

(5) on a : $(E) : \arccos(x) = \arcsin(2x)$

$\iff \arcsin(\frac{\pi}{2} - x) = \arcsin(2x)$ Non, à reprendre.

$\iff \frac{\pi}{2} - x = 2x$

$\iff 3x = \frac{\pi}{2}$

$\iff x = \frac{\pi}{6}$ $\qquad S = \{\frac{\pi}{6}\}$