Lilian
OBRIOT

Maths

Soit C l'ensemble des points du plan M dont l'affixe z vérifie $\frac{z-2+i}{iz+1} \in \mathbb{R}$

Soit $z \in \mathbb{C}$ Il faut exclure i

On a $\frac{z-2+i}{iz+1} \in \mathbb{R} \iff \frac{z-2+i}{iz+1} = \frac{\bar{z}-2-i}{-i\bar{z}+1}$ ✓

CAR....

$\iff (z-2+i)(-i\bar{z}+1) = (\bar{z}-2-i)(iz+1)$

$\iff -i|z|^2+2i\bar{z}+\bar{z}+z-2+i = i|z|^2-2iz+z+\bar{z}-2-i$ ✓

$\iff -i|z|^2+2i\bar{z}+i = i|z|^2-2iz-i$ ✓

$\iff -|z|^2+2\bar{z}+1 = |z|^2-2z-1$ ✓

$\iff 2|z|^2-2(\bar{z}+z)-2=0$ ✓

$\iff |z|^2-(\bar{z}+z)-1=0$ ✓

$\iff |z|^2-2Re(z)-1=0$ Bien !

On pose $z=a+ib$ ✓

On a donc $\sqrt{a^2+b^2}^2-2a-1=0 \iff a^2+b^2-2a-1=0$ ✓

$\iff (a-1)^2+(b-0)^2=\sqrt{2}^2$

Oui !!

C est donc l'ensemble des points du cercle de centre (1;0) et de rayon $\sqrt{2}$. Très bien !! Il faut juste exclure i.