

Exercice 7: Trigonométrie

Nolige Diop

Koné

1/ Soit $x \in \mathbb{R}$, on a

$$\sin(5x) + \sin(x) = 2 \sin\left(\frac{5x+x}{2}\right) \cos\left(\frac{5x-x}{2}\right) \quad \checkmark$$

$$\Leftrightarrow \sin(5x) + \sin(x) = 2 \sin\left(\frac{6x}{2}\right) \cos\left(\frac{4x}{2}\right) \quad \checkmark$$

$$\Leftrightarrow \sin(5x) + \sin(x) = 2 \sin(3x) \cos(2x) \quad \text{Bien.}$$

2/ Soit $x \in \mathbb{R}$

$$\sin(5x) + \sin(x) + 2 \sin^2(x) = 1$$

d'après la question précédente

$$\sin(5x) + \sin(x) = 2 \sin(3x) \cos(2x) \quad \checkmark$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin(3x) \cos(2x) + 2 \sin^2(x) = 1 \quad \checkmark$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin(3x) \cos(2x) = 1 - 2 \sin^2(x) \quad \checkmark$$

$$\text{ou } 1 - 2 \sin^2(x) = \cos(2x)$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin(3x) \cos(2x) = \cos(2x) \quad \checkmark$$

Oui!

$$\Leftrightarrow 2 \sin(3x) = 1 \quad \checkmark \quad \text{OU } \cos(2x) = 0 \quad \text{!!!}$$

$$\Leftrightarrow \sin(3x) = \frac{1}{2} \quad \checkmark$$

$$\Leftrightarrow \sin(3x) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow (\exists h \in \mathbb{Z}), \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{6} & [2\pi] \\ 3x = \pi - \frac{\pi}{6} & [2\pi] \end{cases}$$

Oui

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{18} & \left[\frac{2\pi}{3} \right] \\ x = \frac{5\pi}{18} & \left[\frac{2\pi}{3} \right] \end{cases} \checkmark$$

$$S = \left\{ \frac{\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}; \frac{5\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Très bien !